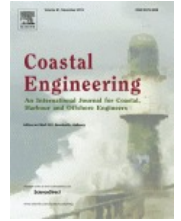




ELSEVIER

Coastal Engineering 76, 26-42  
<https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2013.01.007>



Practical sand transport formula for non-breaking waves and currents  
Công thức thực dụng tính vận chuyển cát cho sóng không vỡ  
và dòng chảy

Dominic A. van der A. • Jan S. Ribberink • Jebbe J. van der Werf,  
Tom O'Donoghue • René H. Buijsrogge • Wouter M. Kranenburg

Biên dịch: Nguyễn Quang Chiến  
GV Khoa Kỹ thuật Biển  
Trường Đại học Thủy lợi



Source: Pixabay

Phiên bản 10-2018

# Practical sand transport formula for non-breaking waves and currents

## Công thức thực dụng tính vận chuyển cát cho sóng không vỡ và dòng chảy

Dominic A. van der A.<sup>a\*</sup>, Jan S. Ribberink<sup>b</sup>, Jebbe J. van der Werf,  
Tom O'Donoghue, René H. Buijsrogge, Wouter M. Kranenburg

<sup>a</sup> University of Aberdeen, School of Engineering, King's College, Aberdeen, AB24 3UE, United Kingdom

<sup>b</sup> Water Engineering and Management, University of Twente, P.O. Box 217, 7500 AE, Enschede, The Netherlands

<sup>c</sup> Marine and Coastal Systems, Deltares, P.O. Box 177, 2600 MH, Delft, The Netherlands

\* Corresponding Author | Tác giả liên hệ

Received: 22 November 2012 / Revised: 22 January 2013 / Accepted: 24 Jan 2013 / Available online: 28 Feb 2013.

Nhận bài: 22-11-2012 / Chỉnh sửa xong: 22-01-2013 / Chấp nhận: 24-01-2013 / Đăng bài trực tuyến: 28-02-2013.

### Tóm tắt nội dung

Many existing practical sand transport formulae for the coastal marine environment are restricted to a limited range of hydrodynamic and sand conditions. This paper presents a new practical formula for net sand transport induced by non-breaking waves and currents. The formula is especially developed for cross-shore sand transport under wave-dominated conditions and is based on the semi-unsteady, half wave-cycle concept, with bed shear stress as the main forcing parameter. Unsteady phase-lag effects between velocities and concentrations, which are especially important for rippled bed and fine sand sheet-flow conditions, are accounted for through parameterisations. Recently-recognised effects on the net transport rate related to flow acceleration skewness and progressive surface waves are also included. To account for the latter, the formula includes the effects of boundary layer streaming and advection effects which occur under real waves, but not in oscillatory tunnel flows. The formula is developed using a database of 226 net transport rate measurements from large-scale oscillatory flow tunnels and a large wave flume, covering a wide range of full-scale flow conditions and uniform and graded sands with median diameter ranging from 0.13 mm to 0.54 mm. Good overall agreement is obtained between observed and predicted net transport rates with 78% of the predictions falling within a factor 2 of the measurements. For several distinctly different conditions, the behaviour of the net transport with increasing flow strength agrees well with observations, indicating that the most important transport processes in both the rippled bed and sheet flow regime are well captured by the formula. However, for some flow conditions good quantitative agreement could only be obtained by introducing separate calibration parameters. The new formula has been validated against independent net transport rate data for oscillatory flow conditions and steady flow conditions.

Nhiều công thức thực dụng hiện có để vận chuyển cát ở môi trường ven biển đều bị hạn chế trong khoảng giá trị thủy động lực và trầm tích nhất định. Bài báo này trình bày một công thức thực dụng mới để tính vận chuyển bùn cát tịnh do sóng không vỡ và dòng chảy. Công thức này được thiết lập riêng cho vận chuyển bùn cát ngang bờ trong điều kiện sóng chi phối, và được dựa trên khái niệm nửa chu kỳ sóng, bán bất ổn định, với ứng suất tiếp ở đáy là lực đẩy chủ yếu. Những hiệu ứng trễ pha không ổn định giữa lưu tốc và nồng độ, vốn cực kỳ quan trọng với đáy gợn cát và các điều kiện dòng chảy rửa trôi cát mịn đều được tính bằng cách tham số hóa. Những hiệu ứng gần đây được phát hiện đối với lượng vận chuyển tịnh gắn với độ thiên lệch gia tốc và sóng bề mặt lan truyền cũng được tính đến. Để xét yếu tố thứ hai, công thức đã bao gồm ảnh hưởng của dòng lớp biên và các hiệu ứng chuyển tải hướng ngang vốn xảy ra ở sóng thực, chứ không phải ở dòng chảy dao động trong phòng thí nghiệm. Công thức được phát triển dựa trên cơ sở dữ liệu gồm 226 trị số đo lường vận chuyển tịnh từ những ống dao động lớn đến máng sóng lớn, bao trùm một phổ rộng những điều kiện dòng chảy thực tế cùng cát hạt đều cũng như cấp phối với đường kính trung vị từ 0.13 mm đến 0.54 mm. Đã nhận được sự phù hợp chung giữa các lưu lượng vận chuyển tịnh thực đo và dự đoán khá tốt, với 78% kết quả dự tính nằm trong khoảng từ nửa đến 2 lần giá trị đo. Với một số điều kiện khác biệt rõ, động thái của vận chuyển tịnh theo dòng chảy mạnh dần đều phù hợp với quan trắc; cho thấy rằng những quá trình vận chuyển ở cả đáy gợn sóng lẫn chế độ chảy rửa trôi đều được công thức nắm bắt tốt. Tuy vậy, với một số điều kiện dòng chảy thì sự phù hợp định tính tốt chỉ có thể nhận được bằng cách đưa vào riêng những tham số hiệu chỉnh. Công thức mới đã được kiểm định với số liệu lưu lượng vận chuyển độc lập cho các điều kiện dòng dao động và dòng ổn định.

Keywords: Sediment transport formula; Sheet flow; Ripples; Bed shear stress; Phase lag effects; Advection effects  
Từ khóa: công thức vận chuyển bùn cát; dòng rửa trôi; gợn cát; ứng suất tiếp tại đáy; hiệu ứng trễ pha; hiệu ứng chuyển tải

# Highlights | Điểm nổi bật

- We present a new formula for net sand transport by non-breaking waves and currents.  
Chúng tôi trình bày một công thức mới để tính vận chuyển cát tịnh gây bởi sóng không vỡ và dòng chảy.
- It is developed using a database of 226 full-scale net transport rate measurements.  
Nó được phát triển qua một cơ sở dữ liệu 226 số đo lưu lượng vận chuyển cát tịnh thực tế.
- The semi-unsteady formula accounts for phase lag effects in the wave boundary layer.  
Công thức bán bất ổn định có tính đến hiệu ứng trễ pha trong lớp biên sóng.
- Progressive wave boundary layer streaming and advection effects are included.  
Có xét đến các hiệu ứng chuyển tải ngang và dòng lớp biên do sóng lan truyền.
- 78% of the net transport predictions fall within a factor 2 of the measurements.  
78% số kết quả dự đoán vận chuyển tịnh rơi vào khoảng từ nửa đến 2 lần giá trị thực đo.

## 1 Introduction | Giới thiệu

In recent years a substantial body of field- and laboratory-based research has been devoted to measuring sand transport processes induced by waves and currents, and predictive approaches for the net, wave-averaged sand transport have been developed. Generally, these approaches can be classified as process-based numerical models or parameterised (engineering) formulae. Process-based models represent many of the detailed physical processes involved in sand transport by waves and currents, and resolve the vertical and sometimes also the horizontal structure of the time-dependent, intra-wave velocity and sand concentration fields. Such models (see e.g. Henderson et al., 2004; Holmedal and Myrhaug, 2009; Hassan and Ribberink, 2010) are often restricted to specific flow and sand conditions, require relatively long computation times and are therefore generally not implemented in coastal morphodynamic models. Parameterised sand transport formulae on the other hand, consist of a set of relatively simple equations often covering a wide range of flow and sand conditions, require short computation times and can be implemented easily in coastal morphodynamic models.

Practical sand transport formulae for the coastal marine environment are generally semi-empirical formulae which can be classified as time-averaged, quasi-steady or semi-unsteady. Based on approaches used for fluvial sediment transport, time-averaged formulae predict sand transport at a timescale that is much longer than the wave period, using wave-averaged values of velocity and sand concentration. The Bijker (1971) formula is an example of a widely-used time-averaged transport formula, in which waves act as stirring agent for the current-related transport (suspended load and bed load). In time-averaged formulae, the total net transport is always in the direction of the mean current and the wave-related transport component is not taken into account.

Quasi-steady formulae calculate intra-wave sand transport, with the assumption that the instantaneous sand transport relates only to the instantaneous forcing parameter, either the flow velocity or bed shear stress. Commonly-used quasi-steady formulae predict non-zero net transport resulting from velocity skewness, as occurs under

Những năm gần đây, có nhiều nghiên cứu hiện trường và trong phòng thí nghiệm chuyên về đo đạc quá trình vận chuyển cát do sóng và dòng chảy, cũng như phát triển các cách tiếp cận dự đoán về lưu lượng vận chuyển cát ròng, trung bình theo sóng. Nhìn chung, những cách tiếp cận này có thể được phân loại thành mô hình số trị dựa theo quá trình, hoặc các công thức được tham số hoá (kỹ thuật). Các mô hình dựa theo quá trình đều thể hiện đa số các quá trình vật lý chi tiết có trong sự vận chuyển cát do sóng và dòng chảy, cũng như phân giải cấu trúc theo phương ngang (đôi khi theo phương đứng) của trường hàm lượng cát và vận tốc biến đổi theo thời gian trong từng cơn sóng. Những mô hình như vậy (xem chẳng hạn Henderson & nnk., 2004; Holmedal và Myrhaug, 2009; Hassan và Ribberink, 2010) thường bị hạn chế về kiểu dòng chảy và điều kiện cát riêng, yêu cầu thời gian tính toán khá lâu và do đó thường không được thi hành trong các mô hình động lực hình thái bờ biển. Mặt khác những công thức vận chuyển cát được tham số hoá lại bao gồm một hệ các phương trình tương đối đơn giản, thường bao trọn một khoảng rộng các điều kiện cát và dòng chảy, yêu cầu thời gian tính toán ngắn và có thể dễ dàng thi hành trong các mô hình động lực hình thái bờ biển.

Những công thức thực dụng để tính cho môi trường biển ven bờ thường thuộc dạng bán kinh nghiệm vốn có thể được xếp vào thể loại trung bình thời gian, giả ổn định hoặc bán phi ổn định. Dựa trên những cách tiếp cận dùng trong vận chuyển bùn cát sông ngòi, các công thức trung bình thời gian đều dự đoán vận chuyển bùn cát ở quy mô thời gian dài hơn nhiều so với chu kỳ sóng, sử dụng các giá trị trung bình của vận tốc và nồng độ cát. Công thức Bijker (1971) là một ví dụ cho dạng công thức trung bình thời gian được sử dụng rộng rãi, trong đó sóng giữ vai trò khuấy động cho vận chuyển bùn cát do dòng chảy (sức tải cát lơ lửng và di đáy). Trong những công thức trung bình thời gian, lượng vận chuyển bùn cát tịnh thì luôn theo hướng dòng chảy trung bình còn thành phần vận chuyển bùn cát do sóng thì không được xét đến.

Những công thức giả ổn định thì tính toán vận chuyển cát trong từng cơn sóng, với giả thiết rằng lượng chuyển cát tức thời chỉ liên quan đến các tham số lực đẩy tức thời,

Stokes-type waves (e.g. Bailard, 1981; Ribberink, 1998; Soulsby and Damgaard, 2005; Wang, 2007), but most do not account for transport resulting from acceleration skewness, as occurs under sawtooth-shaped waves (Van der A et al., 2010; Watanabe and Sato, 2004). Formulae that do account for both velocity and acceleration skewness have mostly been developed for sheet-flow conditions (e.g. Gonzalez-Rodriguez and Madsen, 2007; Nielsen, 2006; Suntoyo et al., 2008) and do not apply to lower energy conditions when the bed is generally covered with ripples.

The assumption of quasi-steadiness only holds for conditions for which the reaction time of sand particles is short relative to the wave period. In other words, the pick-up and settling of sand particles must take place in a much shorter time than the wave period. This assumption is not the case for fine sand sheet-flow conditions (Dohmen-Janssen et al., 2002; O'Donoghue and Wright, 2004; Van der A et al., 2009) and rippled bed conditions (Van der Werf et al., 2007), where phase lag effects can significantly affect the magnitude and sometimes even the direction of the net transport rate. Semi-unsteady formulae have been developed to account for phase lag effects in sheet-flow conditions (Camenen and Larson, 2007; Dibajnia and Watanabe, 1992), rippled bed conditions (Nielsen, 1988; Van der Werf et al., 2006) and for both sheet-flow and ripple conditions (Silva et al., 2006; Van Rijn, 2007a,b,c).

Existing transport formulae are based for the most part on experimental data from oscillatory flow tunnels, in which the flow is horizontal and horizontally uniform. However, net transport rate experiments carried out in large wave flumes (Dohmen-Janssen and Hanes, 2002; Ribberink et al., 2000; Schretlen et al., 2011) indicate that the added complexities in the hydrodynamics of surface waves compared to tunnel flows can be important in determining the net sand transport. Kranenburg et al. (2013) use a detailed advection-diffusion boundary layer sand transport model and the above mentioned tunnel and flume data to quantify the importance of progressive wave, streaming-related, bed shear stress (wave Reynolds stress) and, at least for fine sand, of vertical advection of sand by vertical orbital velocities and horizontal advection of sand by gradients in the horizontal sediment flux. Existing transport models do not account for these real wave effects, although Nielsen (2006) does incorporate a streaming-related bed shear stress in his formulation, while Van Rijn (2007a) incorporates streaming by adding a small steady current at the edge of the wave boundary layer. Nielsen (2006) has shown that the net transport of medium sand is better predicted when a streaming-related mean bed shear stress is added to the instantaneous oscillatory bed shear stress in a 'quasi-steady' Meyer-Peter and Müller type sand transport formula.

This paper presents a new semi-unsteady formula for predicting net sand transport under waves and currents. Based on an extensive dataset of measurements of net sand transport rates from large-scale laboratory experiments, covering a wide range of hydraulic conditions and transport regimes, the formula can be applied to rippled bed and sheet-flow conditions, incorporates phase lag and flow acceleration effects, and can be applied to both os-

nghĩa là vận tốc dòng hay ứng suất tiếp đáy. Những công thức giả ổn định thông dùng đều dự đoán lưu lượng vận chuyển tịnh khác 0 gây ra bởi tính thiên lệch của vận tốc, xảy ra trong sóng dạng Stokes (Bailard, 1981; Ribberink, 1998; Soulsby and Damgaard, 2005; Wang, 2007), nhưng đa số đều không xét tới thiên lệch gia tốc, như xảy ra ở các sóng dạng răng cưa (Van der A et al., 2010; Watanabe and Sato, 2004). Những công thức xét đến thiên lệch cả vận tốc lẫn gia tốc thường được phát triển cho các điều kiện dòng rửa trôi (Gonzalez-Rodriguez và Madsen, 2007; Nielsen, 2006; Suntoyo et al., 2008) và không áp dụng được cho các điều kiện năng lượng thấp hơn khi đáy biển thường có dạng gợn sóng cát.

Giả thiết giả ổn định chỉ thoả mãn những điều kiện trong đó thời gian phản ứng của hạt cát tương đối ngắn so với chu kỳ sóng. Nói cách khác, sự 'nhặt' lên và lắng xuống của hạt cát phải diễn ra nhanh hơn nhiều so với một chu kỳ sóng. Điều này không đúng với các điều kiện dòng rửa trôi và VCBC mịn (Dohmen-Janssen et al., 2002; O'Donoghue and Wright, 2004; Van der A et al., 2009) cũng như các điều kiện đáy gợn sóng cát (Van der Werf et al., 2007); khi đó hiệu ứng trễ pha có thể ảnh hưởng đáng kể tới độ lớn thậm chí cả hướng của VCBC tịnh. Đã có những công thức bán kinh nghiệm được phát triển xét đến hiệu ứng trễ pha trong điều kiện dòng rửa trôi (Camenen and Larson, 2007; Dibajnia and Watanabe, 1992), đáy gợn cát (Nielsen, 1988; Van der Werf et al., 2006) hay cả dòng rửa trôi trên đáy gợn cát (Silva et al., 2006; Van Rijn, 2007a,b,c).

Những công thức VCBC hiện có đều được dựa trên nhiều phần số liệu thực nghiệm từ các ống dòng chảy dao động, trong đó dòng chảy theo hướng ngang và là dòng đều theo phương ngang. Tuy nhiên, những thí nghiệm về lưu lượng VCBC tịnh tiến hành trong máng sóng lớn (Dohmen-Janssen and Hanes, 2002; Ribberink et al., 2000; Schretlen et al., 2011) cho thấy những phức tạp có ở chế độ thủy động lực của sóng bề mặt so với dòng chảy ống có thể sẽ quan trọng khi xác định lưu lượng VCBC tịnh. Kranenburg et al. (2013) sử dụng một mô hình chuyển cát lớp biên chuyển tải-khuếch tán chi tiết cùng những số liệu thí nghiệm ống và máng sóng nêu trên để lượng hoá vai trò của (i) ứng suất đáy (ứng suất Reynolds sóng) do sóng tiến, có liên quan đến cơ chế streaming, gây ra; và ít nhất là đối với cát mịn, (ii) chuyển tải cát theo phương đứng do các thành phần vận tốc quỹ đạo phương đứng, cùng với chuyển cát phương ngang do tồn tại gra-đien lưu lượng bùn cát phương ngang. Những mô hình VCBC sẵn có không xét đến những hiệu ứng thực nói trên của sóng, dù Nielsen (2006) đã bao gồm một ứng suất tiếp đáy gắn với streaming trong công thức của ông, còn Van Rijn (2007a) kèm theo hiệu ứng streaming bằng cách cộng thêm một dòng chảy ổn định nhỏ ở sát cạnh lớp biên sóng. Nielsen (2006) đã cho thấy rằng lưu lượng vận chuyển tịnh cát cỡ trung thì được dự tính tốt hơn khi ta thêm một thành phần ứng suất tiếp đáy trung bình, có liên quan đến streaming, vào ứng suất tiếp đáy tức thời trong công thức vận chuyển cát 'giả ổn định' dạng Meyer-Peter và Müller.

Bài báo này trình bày một công thức bán phi ổn định mới nhằm dự đoán lưu lượng vận chuyển cát tịnh trong sóng và dòng chảy. Dựa trên một bộ số liệu lớn đo đạc lưu

cillatory flow and surface wave conditions. The new sand transport formula is presented in Section 2 of the paper. Section 3 presents a comparison of calculated net transport rates with measured transport rates from the large scale-experiments. The general behaviour of predicted net transport rates across a range of flow conditions is examined in Section 4. Section 5 presents the results of validation tests against independent data for oscillatory flow and steady flow conditions. A discussion of results and conclusions from the paper are presented in Sections 6 and 7 respectively.

lượng VCBC tính từ thí nghiệm vật lý cỡ lớn, bao trùm một phạm vi rộng các điều kiện thủy lực và chế độ vận chuyển trầm tích, công thức này có thể được áp dụng cho các điều kiện đáy gợn sóng và dòng rửa trôi, bao gồm các hiệu ứng trễ pha và gia tốc dòng chảy, và cũng có thể được áp dụng cho cả dòng dao động lẫn sóng bề mặt. Công thức VCBC mới được trình bày trong Mục 2 của bài báo. Mục 3 trình bày so sánh các lưu lượng VCBC tính toán với thực đo từ những thí nghiệm cỡ lớn. Động thái chung của lưu lượng VCBC tính trong phạm vi rộng các điều kiện dòng chảy được xét đến trong Mục 4. Mục 5 trình bày kết quả kiểm định với bộ số liệu độc lập từ những điều kiện dòng chảy ổn định và dòng dao động. Thảo luận về kết quả và kết luận bài báo được trình bày lần lượt trong các Mục 6 và 7.

## 2 Sand transport formula for oscillatory flows and progressive waves | Công thức vận chuyển cát cho dòng chảy dao động và sóng lan truyền

The new transport formula is based on a modified version of the semi-unsteady “half-cycle” concept originally proposed by Dibajnia and Watanabe (1992). In this concept the wave-averaged total net sand transport rate (bed-load and suspended load) as taking place in the oscillatory boundary layer is essentially described as the difference between the two gross amounts of sand transported during the positive “crest” half-cycle and during the negative “trough” half-cycle. Unsteady phase lag effects are taken into account via two contributions to the amount of sand transported during each half-cycle: sand entrained and transported during the present half-cycle and sand entrained during the previous half-cycle which is transported during the present half-cycle; the latter is the phase lag contribution. The present formula differs from Dibajnia and Watanabe (1992) in the following ways: (i) bed shear stress rather than near-bed velocity is used as the main forcing parameter; (ii) the effects of flow unsteadiness (phase lag effects) are incorporated in a different way; (iii) the effects of acceleration skewness are incorporated; (iv) it covers graded sands and (v) the formula distinguishes between oscillatory flows and progressive surface waves. The present formula distinguishes itself from other half-cycle-type formulae (Dibajnia and Watanabe, 1996, 1998; Silva et al., 2006; Watanabe and Sato, 2004) through (v), as well as through the calculation of the detailed sub-processes and the extent of experimental data used to inform formula development and calibration.

In the new formula, the non-dimensional net transport rate is given by the following “velocity-load” equation:

$$\bar{\Phi} = \frac{\bar{q}_s}{\sqrt{(s-1)gd_{50}^2}} \quad (1)$$

where

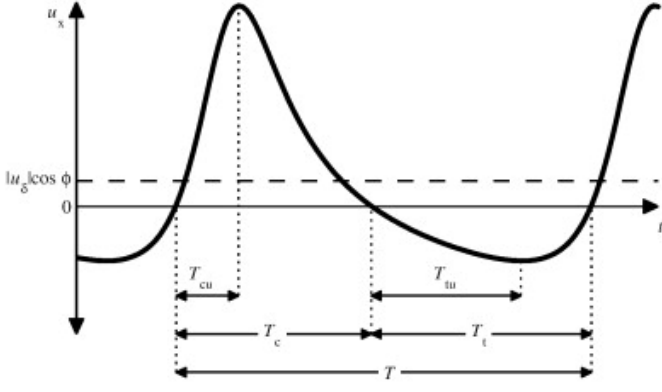
$\bar{q}_s$  is the volumetric net transport rate per unit width,  $s = (\rho_s - \rho)/\rho$  where  $\rho_s$  and  $\rho$  are the densities of sand and water respectively,  $g$  is acceleration due to gravity and  $d_{50}$  is the sand median diameter;  $\bar{\theta}$  is the non-dimensional bed shear stress (Shields parameter), with subscripts “c” and “t” implying “crest” and “trough” half cycle respectively;  $T$

Công thức vận chuyển mới được dựa trên một dạng chỉnh sửa của khái niệm “nửa chu kì” bán ổn định lần đầu do Dibajnia và Watanabe (1992) đề xuất. Trong khái niệm này, lưu lượng vận chuyển cát ròng tổng cộng (tải lượng đi đáy và lơ lửng) trung bình trong một con sóng xảy ra trong lớp biên dao động thì được xác định bằng chính hiệu số giữa hai lượng cát vận chuyển trong nửa chu kì có “đỉnh sóng” dương, và trong nửa chu kì có “đáy sóng” âm. hiệu ứng trễ pha không ổn định được xét đến qua hai thành phần đóng góp cho lượng cát vận chuyển trong từng nửa chu kì: cát bị khuấy động và vận chuyển trong nửa chu kì hiện tại và cát bị khuấy động trong nửa chu kì trước nhưng lại được vận chuyển trong nửa chu kì hiện tại; thành phần thứ hai là đóng góp của sự trễ pha. Công thức này khác với công thức của Dibajnia và Watanabe (1992) ở chỗ: (i) dùng ứng suất tiếp đáy, chứ không phải vận tốc sát đáy, làm tham số lực đẩy chính; (ii) hiệu ứng của tính không ổn định dòng chảy (hiệu ứng trễ pha) được đưa vào theo các khác; (iii) các hiệu ứng của độ lệch gia tốc được đưa vào; (iv) nó áp dụng được cả với cát cấp phối, và (v) công thức phân biệt giữa dòng chảy dao động và sóng bề mặt. Công thức hiện tại khác biệt với những công thức kiểu nửa chu kì khác (Dibajnia and Watanabe, 1996, 1998; Silva & mnk., 2006; Watanabe và Sato, 2004) ở đặc điểm (v), cũng như ở phép tính các quá trình con chi tiết và phạm vi số liệu thí nghiệm dùng cho phát triển và hiệu chỉnh công thức.

Trong công thức mới này, lưu lượng vận chuyển ròng, không thứ nguyên, được cho bởi phương trình “vận tốc-tải lượng” sau:

trong đó

$\bar{q}_s$  là lưu lượng VCBC qua một đơn vị bề rộng,  $s = (\rho_s - \rho)/\rho$  với  $\rho_s$  và  $\rho$  lần lượt là mật độ của nước và cát,  $g$  là gia tốc trọng lực còn  $d_{50}$  là đường kính trung vị của cát;  $\bar{\theta}$  là ứng suất đáy phi thứ nguyên (tham số Shields), với các kí hiệu “c” và “t” lần lượt để chỉ các bán chu kì “đỉnh” và “chân” sóng;  $T$  là chu kì sóng;  $T_c$  là thời đoạn



Hình 1: | Fig. 1. Definition sketch of near-bed velocity time-series in wave direction. The parameters  $T_c$  and  $T_t$  are the positive (crest) and negative (trough) flow durations. Similarly,  $T_{cu}$  and  $T_{tu}$  are the durations of flow acceleration in positive and negative  $x$ -directions. • Lược đồ định nghĩa chuỗi thời gian vận tốc sát đáy theo hướng sóng. Các tham số  $T_c$  và  $T_t$  là các thời đoạn dòng chảy dương (đỉnh sóng) và âm (chân sóng). Tương tự,  $T_{cu}$  và  $T_{tu}$  là các thời đoạn dòng chảy tăng tốc theo các chiều dương và âm của trục  $x$ .

is wave period;  $T_c$  is the duration of the crest (positive) half cycle and  $T_{cu}$  is the duration of accelerating flow within the crest half cycle (Fig. 1); similarly  $T_t$  is the duration of the trough (negative) half cycle and  $T_{tu}$  the period of accelerating flow within the trough half cycle.

There are four contributions to the net sand transport:

- $\Omega_{cc}$  represents the sand load that is entrained during the wave crest period and transported during the crest period;
- $\Omega_{ct}$  represents the sand load that is entrained during the wave crest period and transported during the trough period;
- $\Omega_{tt}$  represents the sand load that is entrained during the wave trough period and transported during the trough period;
- $\Omega_{tc}$  represents the sand load that is entrained during the wave trough period and transported during the crest period.

The total sand load in each half-cycle is multiplied by  $\sqrt{\theta_i}$  (with subscript “i” either “c” for crest or “t” for trough), representing the non-dimensional friction velocity, to obtain the non-dimensional half-cycle transport rate. Both half-cycle transport rates are weighted with their duration relative to the wave period ( $T_c/T$  and  $T_t/T$ , respectively). The multipliers  $\frac{T_c}{2T_{cu}}$  and  $\frac{T_t}{2T_{tu}}$  on  $\Omega_{tc}$  and  $\Omega_{ct}$  respectively account for the effect of acceleration skewness on the travel distance of the fraction of sand remaining in suspension after flow reversal, since suspended sand is transported further when followed by a steep front half-wave cycle compared to a gradual front half-wave cycle (Watanabe and Sato, 2004).

The sand load entrained in the flow during each half-cycle is related to the Shields parameter as follows:

$$\Omega_i = \begin{cases} 0, & \text{if } |\theta_i| \leq \theta_{cr} \\ m(|\theta_i| - \theta_{cr})^n & \text{if } |\theta_i| > \theta_{cr} \end{cases} \quad (2)$$

where the critical Shields number,  $\theta_{cr}$ , is calculated following Soulsby (1997). The proportionality constant  $m$  and power of the excess Shields parameter  $n$  are two of the three main calibration coefficients of the transport formula.

Application of Eq. (1) to calculate the net sand transport rate in oscillatory flow or under progressive surface

bán chu kì đỉnh sóng (dương) còn  $T_{cu}$  là thời đoạn dòng chảy tăng tốc trong bán chu kì đỉnh sóng (Hình 1); tương tự  $T_t$  là thời đoạn bán chu kì chân sóng (âm) còn  $T_{tu}$  là thời đoạn dòng chảy tăng tốc trong bán chu kì chân sóng.

Có 4 thành phần đóng góp nên lượng chuyển cát tịnh:

- $\Omega_{cc}$  biểu thị tải lượng cát được khuấy nổi trong thời đoạn đỉnh sóng và được vận chuyển trong thời đoạn đỉnh sóng;
- $\Omega_{ct}$  biểu thị tải lượng cát được khuấy nổi trong thời đoạn đỉnh sóng và được vận chuyển trong thời đoạn chân sóng;
- $\Omega_{tt}$  biểu thị tải lượng cát được khuấy nổi trong thời đoạn chân sóng và được vận chuyển trong thời đoạn chân sóng;
- $\Omega_{tc}$  biểu thị tải lượng cát được khuấy nổi trong thời đoạn chân sóng và được vận chuyển trong thời đoạn đỉnh sóng.

Tổng tải lượng cát trong mỗi bán chu kì sóng được nhân với  $\sqrt{\theta_i}$  (với chỉ số “i” nhận lấy “c” tương ứng đỉnh sóng hoặc “t” cho chân sóng), đại lượng biểu diễn cho vận tốc ma sát phi thứ nguyên, để thu được tải lượng cát phi thứ nguyên cho nửa chu kì. Mỗi tải lượng nửa chu kì này được gán trọng số bằng thời đoạn tương đối so với chu kì sóng (lần lượt là  $T_c/T$  và  $T_t/T$ ). Các hệ số  $\frac{T_c}{2T_{cu}}$  và  $\frac{T_t}{2T_{tu}}$  lần lượt của  $\Omega_{tc}$  và  $\Omega_{ct}$  xét tới ảnh hưởng của độ lệch gia tốc đối với khoảng cách dịch chuyển của phần trầm tích còn nổi sau khi dòng chảy đổi chiều, vì trầm tích nổi được vận chuyển xa hơn khi tiếp sau là một nửa chu kì sóng dốc, so với nửa chu kì sóng thoải (Watanabe & Sato, 2004).

Tải lượng cát được khuấy theo dòng chảy trong mỗi nửa chu kì có liên hệ với tham số Shields như sau:

với số Shields phân giới,  $\theta_{cr}$ , được tính theo Soulsby (1997). Hằng số tỉ lệ  $m$  và số mũ độ vượt tham số Shields  $n$  là hai trong ba hệ số hiệu chỉnh cơ bản trong công thức vận chuyển cát.

Việc áp dụng PT (1) để tính tải lượng cát tịnh trong dòng chảy dao động hoặc trong sóng lan truyền bề mặt, sẽ yêu cầu ba bước chính sau: (i) thiết lập các vận tốc chất



waves requires the following three main steps: (i) establish the “representative” crest half-cycle and trough half-cycle water particle velocities, as well as the representative full-cycle orbital velocity and excursion; (ii) calculate the bed shear stress (Shields parameter) for each flow half cycle; (iii) calculate the sediment load entrained during each flow half-cycle and determine the sharing of the entrained load between the half-cycles.

điểm nước “đại diện” trong nửa chu kỳ đỉnh và nửa chu kỳ chân sóng, cũng như vận tốc và biên độ quỹ đạo đại diện toàn chu kỳ; (ii) tính toán ứng suất tiếp đáy (tham số Shields) cho từng nửa chu kỳ dòng chảy; (iii) tính tải lượng trầm tích bị khuấy nổi trong mỗi nửa chu kỳ dòng chảy và xác định phần chung giữa hai tải lượng khuấy nổi ở hai bán chu kỳ.

## 2.1 Input water particle kinematics | Đặc điểm chuyển động chất điểm nước: số liệu vào

The formula is designed to predict the net sand transport for given sand characteristics and given current and wave-generated oscillatory flow at the top of the wave boundary layer ( $z = \delta$ ). In general, the bed-parallel velocity due to combined wave and current motion is:

Công thức này được thiết kế nhằm dự đoán lượng VCBC tịnh cho trước các đặc tính cát và dòng chảy dao động do sóng ở đỉnh lớp biên sóng ( $z = \delta$ ). Nói chung, vận tốc hướng song song đáy do chuyển động tổng hợp của sóng và dòng chảy là:

$$\vec{u}(t) = \vec{u}_w(t) + \vec{u}_\delta \quad (3)$$

where  $\vec{u}_w(t)$  is the time-varying free-stream orbital velocity vector and  $\vec{u}_\delta$  is the steady current velocity vector. For a wave propagating in the  $x$ -direction and an obliquely-incident current making an angle  $\varphi$  with the wave direction (Fig. 2), the velocity in the  $x$ - and  $y$ -directions are:

trong đó  $\vec{u}_w(t)$  là vec tơ vận tốc quỹ đạo dòng tự do biến đổi theo thời gian còn  $\vec{u}_\delta$  là vận tốc dòng ổn định. Với con sóng truyền dọc phương  $x$  và một dòng chảy tới hướng xiên tạo góc  $\varphi$  với hướng sóng (Hình 2), vận tốc theo các hướng  $x$  và  $y$  lần lượt là:

$$u_x(t) = u_w(t) + |u_\delta| \cos \varphi \quad (4)$$

$$u_y(t) = |u_\delta| \sin \varphi \quad (5)$$

respectively. With reference to Fig. 1, the velocity vectors at moments of maximum positive and maximum negative orbital velocity are:

Trên Hình 1, các vec tơ vận tốc tại những thời điểm vận tốc quỹ đạo cực đại dương và cực đại âm là:

$$\vec{u}_c = \{u_{cx}, u_{cy}\} = \{\hat{u}_c + |u_\delta| \cos \varphi, |u_\delta| \sin \varphi\} \quad (6)$$

$$\vec{u}_t = \{u_{tx}, u_{ty}\} = \{-\hat{u}_t + |u_\delta| \cos \varphi, |u_\delta| \sin \varphi\} \quad (7)$$

where  $\hat{u}_c$  and  $\hat{u}_t$  are the peak crest and peak trough orbital velocities as indicated in Fig. 2. We define the representative orbital velocity amplitude  $\hat{u}$  and the representative orbital excursion amplitude  $\hat{a}$  for the whole flow cycle as follows:

trong đó  $\hat{u}_c$  và  $\hat{u}_t$  là các vận tốc quỹ đạo cực đại đỉnh và chân sóng như trên Hình 2. Chúng tôi định nghĩa biên độ vận tốc quỹ đạo đại diện  $\hat{u}$  và biên độ di động quỹ đạo đại diện  $\hat{a}$  cho toàn chu kỳ dòng chảy như sau:

$$\hat{u} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^T u_w^2(t) dt} \quad (8)$$

$$\hat{a} = \frac{\hat{u}T}{2\pi} \quad (9)$$

The representative half-cycle orbital velocity for the wave crest,  $\tilde{u}_{c,r}$ , and for the wave trough,  $\tilde{u}_{t,r}$ , is then:

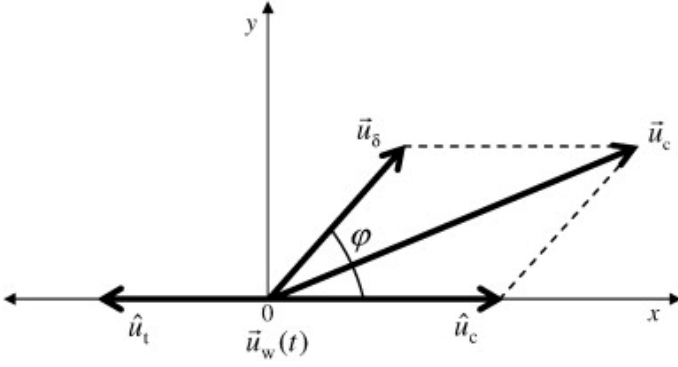
Khi đó vận tốc quỹ đạo đại diện nửa chu kỳ cho đỉnh sóng,  $\tilde{u}_{c,r}$ , và cho chân sóng,  $\tilde{u}_{t,r}$ , là:

$$\tilde{u}_{c,r} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\hat{u}_c \quad (10)$$

$$\tilde{u}_{t,r} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\hat{u}_t \quad (11)$$

(Note that  $\tilde{u}_{c,r}$  equates to the root mean square velocity of a sinusoidal flow with amplitude  $\hat{u}_c$ ;  $\tilde{u}_{t,r}$  equates to the root-mean square orbital velocity for a sinusoidal flow

(Lưu ý rằng  $\tilde{u}_{c,r}$  bằng vận tốc quỹ đạo căn quân phương của một dòng chảy hàm sin với biên độ  $\hat{u}_c$ ;  $\tilde{u}_{t,r}$  bằng vận tốc quỹ đạo căn quân phương của một dòng chảy hàm sin



Hình 2: | Fig. 2. Wave and current velocity vectors  $\vec{u}_w(t)$  and  $\vec{u}_\delta$  under an angle  $\varphi$ . The vector  $\vec{u}_c$  illustrates the resultant velocity vector at maximum positive orbital velocity.

• Các vec tơ sóng và vận tốc dòng chảy  $\vec{u}_w(t)$  và  $\vec{u}_\delta$  xiên một góc  $\varphi$ . Vec tơ  $\vec{u}_c$  minh họa vec tơ tổng hợp tại lúc vận tốc chất điểm đạt cực đại dương.

with amplitude  $\hat{u}_t$ .) The representative combined wave–current velocity vectors for each half-cycle are then:

$$\vec{u}_{c,r} = \{u_{c,rx}, u_{c,ry}\} = \{\hat{u}_{c,r} + |u_\delta| \cos \phi, |u_\delta| \sin \phi\}$$

(12)

$$\vec{u}_{t,r} = \{u_{t,rx}, u_{t,ry}\} = \{-\hat{u}_{t,r} + |u_\delta| \cos \phi, |u_\delta| \sin \phi\} \quad (13)$$

The degree of velocity skewness is expressed through the velocity skewness parameter  $R = \hat{u}_c/(\hat{u}_c + \hat{u}_t)$ ; similarly, the degree of acceleration skewness is expressed through  $\beta = \hat{u}_c/(\hat{u}_c + \hat{u}_t)$ , where  $\hat{u}_c$  and  $\hat{u}_t$  are the amplitudes of the horizontal flow acceleration in the crest and trough directions respectively. Orbital velocity for a sinusoidal flow is vertically and horizontally symmetrical, with  $R = 0.5$  and  $\beta = 0.5$ . A typical shoaling wave close to the breaker point (like that schematised in Fig. 1), has higher onshore orbital velocity under the wave crest than offshore velocity under the wave trough, leading to  $R > 0.5$ , and a forward-leaning wave crest with higher acceleration under the crest compared to the trough, resulting in  $\beta > 0.5$ .

In the case of irregular wave conditions we adopt the representative wave approach, in which the input water particle kinematics are those for a regular wave with time-series based on  $\hat{u} = \hat{u}_{sig}$ ,  $T = T_p$ ,  $R = R_{sig}$  and  $\beta = \beta_{sig}$ , where  $\hat{u}_{sig}$  is the significant orbital velocity amplitude,  $T_p$  is peak spectral period,  $R_{sig}$  and  $\beta_{sig}$  are the significant values of velocity and accelerations skewness parameter respectively.

## 2.2 Bed shear stress | Ứng suất tiếp ở đáy

The non-dimensional bed shear stress (Shields parameter) vector is:

$$\vec{\theta}_i = \{\theta_{ix}, \theta_{iy}\} \quad (14)$$

where subscript “i” is either “c” for crest or “t” for trough. The  $x$  and  $y$  components of the Shields parameter are:

$$\theta_{ix} = |\theta_i| \frac{u_{i,rx}}{|u_{i,r}|} + \frac{\tau_w Re}{(s-1)gd_{50}} \quad (15)$$

$$\theta_{iy} = |\theta_i| \frac{u_{i,ry}}{|u_{i,r}|} \quad (16)$$

Mức độ lệch của vận tốc được biểu thị qua tham số lệch vận tốc  $R = \hat{u}_c/(\hat{u}_c + \hat{u}_t)$ ; tương tự độ lệch gia tốc được biểu thị qua  $\beta = \hat{u}_c/(\hat{u}_c + \hat{u}_t)$ , trong đó  $\hat{u}_c$  và  $\hat{u}_t$  lần lượt là các biên độ trị số gia tốc dòng chảy phương ngang theo các hướng đỉnh sóng và chân sóng. Các vận tốc quỹ đạo của dòng chảy dạng sin có tính chất đối xứng theo cả phương ngang lẫn phương đứng, với  $R = 0.5$  và  $\beta = 0.5$ . Một sóng bị ảnh hưởng nước nông ở gần điểm vỡ (như được sơ họa trên Hình 1), thì có vận tốc quỹ đạo phương ngang ở đỉnh sóng lớn hơn so với ở chân sóng, dẫn tới  $R > 0.5$ , và một đỉnh sóng chúi về phía trước thì có gia tốc ở đỉnh cao hơn ở chân sóng, dẫn tới  $\beta > 0.5$ .

Trong trường hợp sóng không đều ta dùng cách tiếp cận sóng đại biểu, theo đó động lực học chất điểm của sóng lấy theo một con sóng đều với chuỗi thời gian dựa trên  $\hat{u} = \hat{u}_{sig}$ ,  $T = T_p$ ,  $R = R_{sig}$  và  $\beta = \beta_{sig}$ , trong đó  $\hat{u}_{sig}$  là biên độ vận tốc quỹ đạo ý nghĩa,  $T_p$  là chu kỳ sóng đỉnh phổ, còn  $R_{sig}$  và  $\beta_{sig}$  lần lượt là các giá trị tham số độ lệch ý nghĩa cho vận tốc và gia tốc.

Vec tơ ứng suất tiếp đáy phi thứ nguyên (tham số Shields) là:

trong đó chỉ số “i” sẽ lấy là “c” đối với đỉnh sóng hoặc “t” với chân sóng. Các thành phần phương  $x$  và  $y$  của tham số Shields là:



where  $\tau_{wRe}$  is a stress contribution associated with progressive surface waves, which is not present in the case of tunnel-type oscillatory flows, and is explained further below. The magnitude of the Shields parameter is given by:

$$|\theta_i| = \frac{\frac{1}{2}(s-1)gd_{50}}{f_{w\delta i}|u_{i,r}|^2} \quad (17)$$

in which  $f_{w\delta}$  is the wave-current friction factor. While the transport formula applies to oscillatory flow and current under any angle following the notations, throughout the remainder of this paper the oscillatory flow and current conditions are always collinear, and the presented transport rates based on Eq. (1) are always the  $x$ -direction transport rates.

Following Ribberink (1998), the wave-current friction factor at crest and trough are calculated as the linear combination of the wave friction factor (at crest and trough) and the current friction factor (see also Madsen and Grant, 1976):

$$f_{w\delta i} = \alpha f_{\delta} + (1 - \alpha)f_{wi} \quad (18)$$

with:

$$\alpha = \frac{|u_{\delta}|}{|u_{\delta}| + \hat{u}} \quad (19)$$

The current-related friction factor is calculated assuming a logarithmic velocity profile:

$$f_{\delta} = 2 \left[ \frac{0.4}{\ln(30\delta/k_{s\delta})} \right] \quad (20)$$

where the current-related roughness  $k_{s\delta}$  is calculated as detailed in Appendix A.

The wave friction factor, calculated separately for the crest and trough half-cycles, is based on Swart (1974), modified to allow for enhanced/reduced bed shear stress in acceleration-skewed flow following the approach of Silva et al. (2006):

$$f_{wi} = 0.00251 \exp \left[ 5.21 \left( \frac{\left( \frac{2T_{iu}}{T_i} \right)^{c_1} \hat{a}}{k_{sw}} \right)^{-0.19} \right] \quad \text{for } \frac{\hat{a}}{k_{sw}} > 1.587 \quad (21)$$

$$f_{wi} = 0.3 \quad \text{for } \frac{\hat{a}}{k_{sw}} \leq 1.587$$

where  $k_{sw}$  is the wave-related bed roughness and is detailed in Appendix A. Higher flow acceleration leads to higher peak bed shear stress; as shown in fixed bed (Suntoyo et al., 2008, Van der A et al., 2011) and mobile bed experiments (Ruessink et al., 2011). The term  $\frac{2T_{iu}}{T_i}$  in Eq. (21) accounts for the effect of acceleration skewness on the bed shear stress. It has the effect of increasing  $f_{wi}$  for the flow half-cycle with higher acceleration ( $\frac{2T_{iu}}{T_i} < 1$ ) and decreasing  $f_{wi}$  for the half-cycle with lower acceleration ( $\frac{2T_{iu}}{T_i} > 1$ ); the term is equal to unity for sinusoidal or pure velocity-skewed flow and Eq. (21) then reduces to the standard Swart equation. Optimisation of  $c_1$  against the measurements of bed shear stress by Van der A et al. (2011) for a range of acceleration-skewed oscillatory

trong đó  $\tau_{wRe}$  là một thành phần ứng suất ứng với các sóng lan truyền bề mặt, vốn không hiện hữu trong trường hợp dòng chảy dao động trong ống (tunnel), và được giải thích dưới đây. Độ lớn của tham số Shields được cho bởi:

trong đó  $f_{w\delta}$  là tham số ma sát sóng-dòng chảy. Mặc dù công thức tải cát áp dụng cho dòng dao động tạo góc bất kỳ với hướng dòng chảy, như kí hiệu ghi rõ, nhưng trong suốt phần còn lại của bài báo này dòng dao động và dòng chảy là cùng phương với nhau, và lưu lượng vận chuyển cát theo PT (1) luôn biểu diễn vận chuyển theo hướng  $x$ .

Theo Ribberink (1998), hệ số ma sát sóng-dòng chảy tại đỉnh và chân sóng được tính bằng tổ hợp tuyến tính của hệ số ma sát sóng (tại đỉnh và chân sóng) cùng hệ số ma sát dòng chảy (xem thêm Madsen và Grant, 1976):

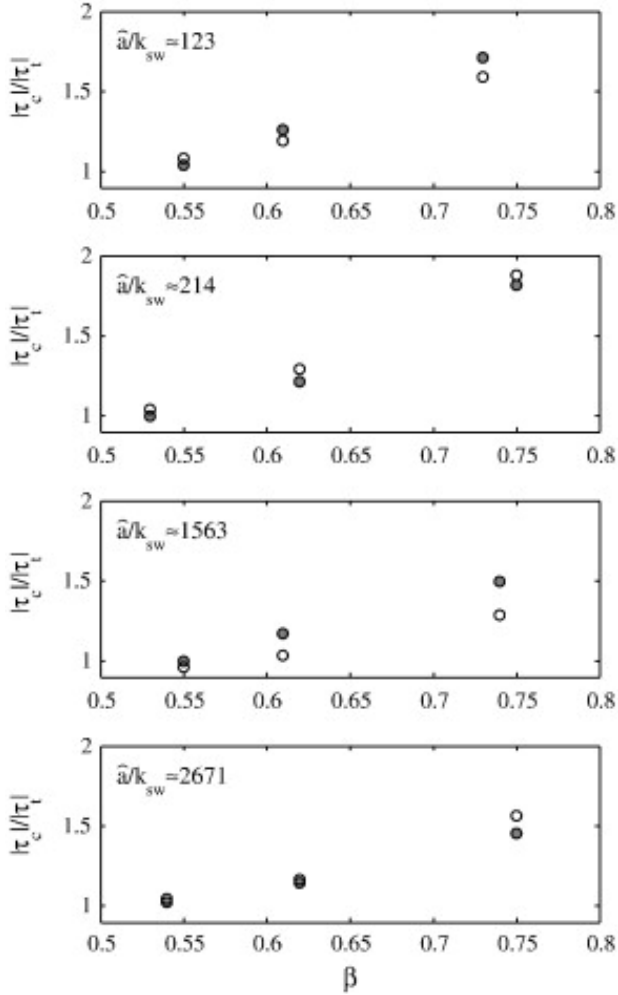
với:

Hệ số ma sát gắn với dòng chảy được tính bằng cách giả sử một profile vận tốc dạng logarit:

trong đó độ nhám liên quan đến dòng chảy  $k_{s\delta}$  được tính chi tiết theo Phụ lục A.

Hệ số ma sát sóng được tính riêng cho các nửa chu kì đỉnh sóng và chân sóng theo Swart (1974), và được điều chỉnh để cho phép tăng cường hoặc giảm ứng suất đáy trong dòng chảy lệch gia tốc theo phương pháp của Silva và nnk. (2006):

trong đó  $k_{sw}$  là độ gồ ghề đáy do sóng và được trình bày chi tiết ở Phụ lục A. Gia tốc dòng chảy càng cao làm gia tăng ứng suất tiếp đáy cực đại; như thấy ở các thí nghiệm với lòng cố định (Suntoyo và nnk., 2008, Van der A và nnk., 2011) và lòng động (Ruessink và nnk., 2011). Số hạng  $\frac{2T_{iu}}{T_i}$  ở PT (21) để xét đến hiệu ứng thiên lệch của gia tốc đối với ứng suất tiếp đáy. Nó có hiệu ứng làm tăng  $f_{wi}$  cho nửa chu kì dòng chảy có gia tốc cao hơn ( $\frac{2T_{iu}}{T_i} < 1$ ) và làm giảm  $f_{wi}$  với nửa chu kì có gia tốc thấp hơn ( $\frac{2T_{iu}}{T_i} > 1$ ); số hạng này bằng 1 khi dòng chảy dạng hàm sin hoặc dòng xiên thuần vận tốc, và khi đó PT (21) được rút gọn về phương trình Swart chuẩn. Thực hiện tối ưu hóa đối với  $c_1$  theo các kết quả đo ứng suất đáy bởi Van der A và



Hình 3: | Fig. 3. Onshore/offshore bed shear stress ratio as function of  $\beta$ : closed circles: fixed bed measurements of Van der A et al. (2011); open circles: prediction based on Eq. (21) with  $c_1 = 2.6$ . Bed shear stress is calculated as  $|\tau_i| = 0.5\rho f_{wi}|u_{i,r}|^2$ . • Tỷ số ứng suất tiếp ở đáy hướng về bờ/hướng xa bờ theo trị số  $\beta$ : các điểm tô đen: đo đạc thí nghiệm đáy cố định của Van der A và mnk. (2011); các điểm tròn trắng: ước tính theo PT (21) với  $c_1 = 2.6$ . Ứng suất đáy được tính bằng  $|\tau_i| = 0.5\rho f_{wi}|u_{i,r}|^2$ .

flows resulted in  $c_1 = 2.6$ . Fig. 3 shows the calculated values of the ratio of maximum crest bed shear stress to maximum through bed shear stress using  $c_1 = 2.6$  and the corresponding measured values of the same ratio from the Van der A et al. experiments.

For progressive surface waves, the vertical orbital water particle motions transfer horizontal momentum in and out of the wave boundary layer, leading to a wave-averaged (Reynolds) stress  $-\rho \langle \tilde{u}\tilde{w} \rangle$  (Longuet-Higgins, 1953, Longuet-Higgins, 1958). The vertical gradient of this stress drives a positive mean flow (boundary layer streaming) in the direction of the wave propagation. Following Nielsen (2006), we account for the wave Reynolds stress, as present at the edge of the wave boundary layer, by adding a wave Reynolds stress  $\tau_{wRe}$  to the  $x$ -component bed shear stress, as per Eq. (15). This has the effect of increasing the total Shields stress under the wave crest and decreasing the stress under the wave trough. The wave Reynolds stress is estimated as follows (Fredsoe and Deigaard, 1992, Nielsen, 2006):

$$\tau_{wRe} = \rho \frac{f_{wd}}{2c_w} \alpha_w \hat{u}^3 \quad (22)$$

with  $\hat{u}$  determined according to Eq. (8),  $\alpha_w = 4/(3\pi) = 0.424$  and  $c_w$  is the wave speed, calculated from  $c_w = L/T$ , with  $L$  obtained from Soulsby's (1997, p. 71) explicit ap-

mnk. (2011) cho một loạt các dòng chảy tuần hoàn xiên bởi gia tốc, thu được kết quả  $c_1 = 2.6$ . Hình 3 cho thấy các giá trị tính toán của tỉ số giữa ứng suất tiếp đáy cực đại đỉnh chia cho ứng suất tiếp đáy cực đại chân sóng dùng trị số  $c_1 = 2.6$  và các giá trị đo đạc tương ứng cùng tỉ số từ những thí nghiệm của Van der A và mnk.

Với sóng bề mặt lan truyền, chuyển động chất điểm nước theo phương đứng sẽ chuyển động lượng hướng ngang đi vào trong và ra khỏi lớp biên sóng, dẫn đến một ứng suất trung bình cơ sóng (Reynolds),  $-\rho \langle \tilde{u}\tilde{w} \rangle$  (Longuet-Higgins, 1953, Longuet-Higgins, 1958). Gra-đien theo hướng thẳng đứng của ứng suất này sẽ thúc đẩy một dòng chảy trung bình (dòng 'stream' lớp biên) theo hướng truyền sóng. Theo Nielsen (2006), ta xét đến ứng suất sóng Reynolds, vốn tồn tại ở mép lớp biên sóng, bằng cách bổ sung thêm một thành phần ứng suất Reynolds,  $\tau_{wRe}$  vào cho thành phần theo phương  $x$  của ứng suất tiếp đáy, như ở PT (15). Bằng cách này, tăng được tổng ứng suất Shields dưới đỉnh sóng và giảm ứng suất dưới chân sóng. Ứng suất sóng Reynolds được ước tính như sau (Fredsoe và Deigaard, 1992, Nielsen, 2006):

với  $\hat{u}$  được xác định theo PT (8),  $\alpha_w = 4/(3\pi) = 0.424$  còn  $c_w$  là tốc độ truyền sóng, ước tính từ  $c_w = L/T$ , trong đó  $L$  thu được từ cách xấp xỉ tường minh của Soulsby

proximation of the dispersion relation. Here  $f_w$  is the full-cycle wave-current friction factor,  $f_{w\delta} = \alpha f_\delta + (1\alpha)f_w$ , with  $f_\delta$  calculated as before and  $f_w$  is Swart's friction factor calculated as per Appendix A.

(1997, tr. 71) cho hệ thức phân tán. Ở đây  $f_w$  là hệ số ma sát sóng-dòng chảy toàn chu kì,  $f_{w\delta} = \alpha f_\delta + (1\alpha)f_w$ , với  $f_\delta$  được tính như trước và  $f_w$  là hệ số ma sát Swart được tính như ở Phụ lục A.

### 2.3 Distributing sediment load between half cycles: phase lag parameter | Phân bố tải lượng cát giữa hai nửa chu kì: tham số trễ pha

The sand load entrained during each half-cycle,  $\Omega_i$ , is calculated using Eq. (2). How much of that sand is transported within the half-cycle and how much remains in suspension to be transported in the following half-cycle is determined by the value of the phase lag parameter for the half-cycle,  $P_i$ , as follows:

Tải lượng cát được khuấy nổi trong mỗi nửa chu kì,  $\Omega_i$ , được tính theo PT (2). Trong đó, bao nhiêu cát được vận chuyển đi trong nửa chu kì và bao nhiêu vẫn nổi lơ lửng và sẽ được vận chuyển và sẽ được chuyển đi trong nửa chu kì tiếp theo; tất cả sẽ được xác định theo giá trị của tham số trễ pha cho nửa chu kì,  $P_i$ , như sau:

$$\Omega_{cc} = \begin{cases} \Omega_c & \text{if } P_c \leq 1 \\ \frac{1}{P_c} \Omega_c & \text{if } P_c > 1 \end{cases} \quad (23)$$

$$\Omega_{ct} = \begin{cases} 0 & \text{if } P_c \leq 1 \\ \left(1 - \frac{1}{P_c}\right) \Omega_c & \text{if } P_c > 1 \end{cases} \quad (24)$$

$$\Omega_{tt} = \begin{cases} \Omega_t & \text{if } P_t \leq 1 \\ \frac{1}{P_t} \Omega_t & \text{if } P_t > 1 \end{cases} \quad (25)$$

$$\Omega_{tc} = \begin{cases} 0 & \text{if } P_t \leq 1 \\ \left(1 - \frac{1}{P_t}\right) \Omega_t & \text{if } P_t > 1 \end{cases} \quad (26)$$

Thus, when the phase lag parameter  $P_i$  exceeds 1, there is an exchange of sand from the present half-cycle to the following half-cycle. The phase lag parameter is given by:

Như vậy, khi tham số trễ pha  $P_i$  vượt quá 1, sẽ có trao đổi cát từ nửa chu kì hiện thời sang nửa chu kì tiếp sau. Tham số trễ pha được cho bởi:

$$P_c = \begin{cases} \alpha \left(1 - \frac{\xi \hat{u}_c}{c_w}\right) \frac{\eta}{2(T_c - T_{cu})w_{sc}} & \text{if } \eta > 0 \text{ (ripple regime / chế độ gợn cát)} \\ \alpha \left(1 - \frac{\xi \hat{u}_c}{c_w}\right) \frac{\delta_{sc}}{2(T_c - T_{cu})w_{sc}} & \text{if } \eta = 0 \text{ (sheet flow regime / chế độ dòng cát sát đáy)} \end{cases} \quad (27)$$

$$P_t = \begin{cases} \alpha \left(1 + \frac{\xi \hat{u}_t}{c_w}\right) \frac{\eta}{2(T_t - T_{tu})w_{st}} & \text{if } \eta > 0 \text{ (ripple regime / chế độ gợn cát)} \\ \alpha \left(1 + \frac{\xi \hat{u}_t}{c_w}\right) \frac{\delta_{st}}{2(T_t - T_{tu})w_{st}} & \text{if } \eta = 0 \text{ (sheet flow regime / chế độ dòng cát sát đáy)} \end{cases} \quad (28)$$

where  $\alpha$  is a calibration coefficient,  $\eta$  is ripple height (Appendix B),  $\delta_{si}$  is sheet flow layer thickness for the half cycle (Appendix C) and  $w_{si}$  is the sediment settling velocity within the half cycle. The term  $\frac{r_i}{2(T_i - T_{iu})w_{si}}$  represents the ratio of a representative sediment stirring height ( $r_i =$  ripple height  $\eta$  or sheet flow layer thickness  $\delta_{si}$ ) and the sediment settling distance within the half cycle. In the ripple regime, the generation and ejection of sediment laden vortices on the ripple sides result in unsteady phase lag effects. The relative importance of the vortex shedding process depends on the size of the vortices and their entrainment height, which scale with the ripple height  $\eta$  (Van der Werf et al., 2006). In the sheet flow regime, where phase lag effects occur predominantly for fine sands, the characteristic entrainment height of the sand scales with the thickness of the sheet flow layer  $\delta_{si}$ . The above approach for ripple conditions is different from previous half-cycle formulae of Dibajnia and Watanabe (1996) and Silva et al. (2006) in which the effect of ripples on the phase lag parameter is accounted for through a modification of the

trong đó  $\alpha$  là một hệ số hiệu chỉnh,  $\eta$  là chiều cao gợn cát (Phụ lục B),  $\delta_{si}$  là độ dày lớp dòng cát trong nửa chu kì đầu (Phụ lục C) còn  $w_{si}$  là tốc độ chìm của hạt trầm tích trong nửa chu kì đầu. Số hạng  $\frac{r_i}{2(T_i - T_{iu})w_{si}}$  biểu thị cho tỉ số giữa độ cao khuấy cát đại biểu ( $r_i =$  chiều cao gợn cát  $\eta$ , hoặc độ dày lớp dòng cát  $\delta_{si}$ ) với khoảng cách chìm lắng hạt trong nửa chu kì đầu. Ở chế độ gợn cát, sự thành tạo và xuất lộ của các xoáy có cuốn theo cát, ở các sườn bên gợn cát, gây nên hiệu ứng trễ pha không ổn định. Mức độ quan trọng tương đối của quá trình tạo xoáy thì phụ thuộc vào kích thước các xoáy này cũng như chiều cao hòa nhập, vốn tỉ lệ theo chiều cao gợn cát  $\eta$  (Van der Werf et al., 2006). Trong chế độ dòng chảy lớp cát, nơi hiệu ứng trễ pha xảy ra chủ đạo ở cát mịn, chiều cao hòa nhập tỉ lệ với bề dày lớp dòng cát  $\delta_{si}$ . Cách tiếp cận trên cho điều kiện gợn cát có khác so với các công thức nửa chu kì của Dibajnia và Watanabe (1996) cũng như Silva và nnk. (2006) trong đó ảnh hưởng của gợn cát lên tham số trễ pha thì được tính qua việc chỉnh sửa giá trị phân giới của  $P_i$  cho đáy gợn cát.

critical value of  $P_i$  for rippled beds.

The sediment settling time is related to the deceleration time within each half cycle,  $2(T_i - T_{iu})$ , thus recognising that with increasing (forward leaning) acceleration skewness the settling time during the crest half-cycle increases, leading to a smaller  $P_c$ ; analogously the settling time during the trough half-cycle decreases, leading to a larger  $P_t$ . This effect was seen in the fine sand sheet flow experiments of Van der A et al. (2009) and in the 1DV model simulations of Ruessink et al. (2009), both for acceleration-skewed flows, but the process is also expected to play a significant role for rippled bed conditions. In the absence of acceleration skewness  $T_{iu} = T_i/2$  and the settling time reduces to the half-cycle period since  $2(T_i - T_{iu}) = T_i$ .

Calculation of the sediment settling velocity is based on Soulsby (1997), assuming a suspended sediment size  $d_s = 0.8d_{50}$  (Van Rijn, 2007c). However, for the case of progressive surface waves (not tunnel-type oscillatory flow) we include an allowance for possible vertical advection of sediment due to vertical orbital water particle velocities (Kranenburg et al., 2013). Although wave-induced vertical velocities are small near the bed, they can be of the same order of magnitude as the (still-water) sediment settling velocity, especially for fine sand and high waves. In the deceleration phase of the crest half cycle, wave-induced vertical water particle velocities are increasing and are directed downwards, aiding the sediment settling process; in contrast, the settling of sediment during the trough half cycle is reduced due to increasing, upwards-directed wave-induced water particle velocities. Sand settling velocities during the crest and trough half cycles are accordingly adjusted as follows:

$$w_{sc} = w_s - w_{min}(r_c) \quad (29)$$

$$w_{st} = \max(w_s - w_{max}(r_t), 0) \quad (30)$$

where  $w_s$  is the (still-water) settling velocity as determined using Soulsby (1997),  $w_{min}(r_c)$  is the peak negative vertical water particle velocity at elevation  $r_c$  and  $w_{max}(r_t)$  is the peak positive vertical water particle velocity at elevation  $r_t$ .  $\hat{w}_c$  and  $\hat{w}_t$  are estimated using Stokes 2nd order wave theory and the selected elevation is  $r_i = \eta$  in the ripple regime and  $r_i = \delta_{si}$  in the sheet-flow regime. For tunnel-type oscillatory flow  $w_{sc} = w_{st} = w_s$ .

The terms  $\left(1 - \frac{\xi \hat{w}_c}{c_w}\right)$  and  $\left(1 + \frac{\xi \hat{w}_t}{c_w}\right)$  in Eqs. (27), (28) (where  $c_w$  = wave speed,  $\xi$  = calibration factor) account for a second effect of progressive waves on the phase lag behaviour: that of horizontal sediment advection caused by horizontal non-uniformity in the wave field. The wave non-uniformity produces horizontal gradients in the horizontal sediment flux, with the result that sediment concentration is no longer controlled by local vertical sediment fluxes alone (i.e. pick-up from and deposition to the bed). Kranenburg et al. (2013) show how this intra-wave horizontal sediment advection leads to a ‘‘compression’’ of sand (increased concentration) under the wave crest and a ‘‘dilution’’ (decreased concentration) under the wave trough, causing a net transport rate in the direction

Thời gian chìm lắng có liên hệ với thời gian giảm tốc trong mỗi nửa chu kỳ,  $2(T_i - T_{iu})$ , do vậy việc nhận thấy rằng với độ xiên tăng tốc (chúi về phía trước), thời gian chìm lắng trong nửa chu kỳ này sẽ tăng lên, dẫn tới  $P_c$  nhỏ đi; tương tự thời gian chìm lắng trong nửa chu kỳ đáy sóng thì giảm đi, dẫn đến  $P_t$  lớn hơn. Hiệu ứng này được thấy ở các thí nghiệm dòng lớp cát mịn của Van der A et al. (2009) và trong các mô phỏng bằng mô hình 1 chiều hướng đứng của Ruessink và nnk. (2009), cả hai đều cho dòng chảy xiên gia tốc, nhưng quá trình này cũng được coi là có vai trò quan trọng trong điều kiện đáy gợn cát. Khi vắng mặt độ xiên gia tốc  $T_{iu} = T_i/2$  và thời gian lắng chìm giảm xuống còn nửa chu kỳ vì  $2(T_i - T_{iu}) = T_i$ .

Việc tính toán tốc độ chìm lắng bùn cát dựa theo Soulsby (1997), với giả thiết kích cỡ hạt lơ lửng  $d_s = 0.8d_{50}$  (Van Rijn, 2007c). Tuy nhiên, với trường hợp sóng lan truyền bề mặt (không phải dòng chảy dao động trong đường ống), ta đưa kèm vào khả năng vận chuyển bùn cát theo phương đứng do vận tốc quỹ đạo chất điểm nước phương đứng (Kranenburg et al., 2013). Mặc dù thành phần vận tốc phương đứng do sóng này khá nhỏ ở gần đáy, nhưng nó vẫn có thể có cùng cấp độ với tốc độ chìm bùn cát (trong nước tĩnh), đặc biệt là với cát mịn và sóng lớn. Trong pha giảm tốc của nửa chu kỳ đỉnh sóng, các vận tốc phương đứng do sóng đều tăng lên và hướng chúc xuống, làm tăng cường chìm lắng. Ngược lại, sự chìm lắng của bùn cát trong nửa chu kỳ chân sóng lại bị suy giảm bởi thành phần vận tốc chất điểm nước tăng dần hướng lên trên. Các tốc độ lắng chìm bùn cát trong hai nửa chu kỳ đỉnh sóng và chân sóng được điều chỉnh tương ứng như sau:

trong đó  $w_s$  là tốc độ chìm lắng (trong nước tĩnh) được xác định bằng công thức Soulsby (1997),  $w_{min}(r_c)$  là tốc độ chất điểm nước cực trị âm theo phương đứng tại cao trình  $r_c$  còn  $w_{max}(r_t)$  là tốc độ chất điểm nước cực trị dương theo phương đứng tại cao trình  $r_t$ .  $\hat{w}_c$  và  $\hat{w}_t$  được tính theo lý thuyết sóng Stokes bậc 2 và cao trình được chọn là  $r_i = \eta$  trong chế độ gợn cát đáy và  $r_i = \delta_{si}$  ở chế độ dòng cát sát đáy. Với kiểu dòng chảy dao động trong ống,  $w_{sc} = w_{st} = w_s$ .

Các số hạng  $\left(1 - \frac{\xi \hat{w}_c}{c_w}\right)$  và  $\left(1 + \frac{\xi \hat{w}_t}{c_w}\right)$  trong các PT (27), (28) (với  $c_w$  = tốc độ sóng,  $\xi$  = hệ số hiệu chỉnh) tính đến một hiệu ứng thứ hai của sóng tiến đối với hiện tượng trễ pha: phần chuyển tải bùn cát trên phương ngang gây bởi trường sóng không đều trên phương ngang. Sự không đồng đều của sóng tạo nên gradient hướng ngang của luồng bùn cát phương ngang, hệ quả là nồng độ bùn cát không chỉ còn bị kiểm soát bởi mỗi lưu lượng chuyển cát phương đứng (nghĩa là khuấy lên và lắng xuống đáy). Kranenburg và nnk. (2013) cho thấy sự chuyển tải bùn cát nội trong mỗi con sóng này sẽ dẫn đến sự ‘‘dồn nén’’ cát (tăng nồng độ) dưới đỉnh sóng và sự ‘‘hòa loãng’’ (giảm nồng độ) dưới chân sóng; từ đó dẫn đến một lưu lượng vận

of wave propagation, even for sinusoidal waves. The importance of this transport mechanism for progressive surface waves is shown with a numerical boundary layer model (based on advection–diffusion for the sediment) applied to the large wave flume experimental conditions of Schretlen et al. (2011). Kranenburg et al. (2013) show that the effect of horizontal sediment advection can be accounted for via correction of the phase-lag parameter through the adjustment time scale  $T_A$ :

$$T_A = \frac{\Delta}{w_s} \left( 1 - \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right) \quad (31)$$

where  $\Delta/w_s$  is the ratio of sediment stirring height and settling velocity, representing the settling time of sediment;  $u_w(t)$  is the free-stream horizontal flow velocity in the transport layer near the bed; and  $\xi$  is a coefficient accounting for the shape of the velocity and concentration profile. A short description of the analytical background of this time scale is presented in Appendix D (see Kranenburg et al., 2013 for more details). The factor  $\left( 1 - \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right)$  represents the influence of horizontal sediment advection. It is  $< 1$  under the wave crest and  $> 1$  under the wave trough and therefore represents a decrease of the adjustment time scale under the wave crest (i.e. a quicker reaction of the concentration to changes in the velocity) and an increase of adjustment time scale under the wave trough. The factor is significant only when waves are large with relatively high orbital flow velocities  $u_w(t)$  compared to the wave speed  $c_w$ . Moreover, it can only become effective if phase-lag effects are important, or in other words, the adjustment timescale  $T_A$  should not be negligible compared to the wave period  $T$ . Based on this result, the effect of horizontal sediment advection is incorporated in the sand transport formula through a correction of the phase-lag parameters  $P_i$  for the wave crest and trough, using a factor  $\left( 1 - \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right)$  for the settling time of the crest load and a factor  $\left( 1 + \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right)$  for the settling time of the trough load as per Eqs. (27), (28). We use coefficient  $\xi$  as calibration parameter in this simplified parameterisation (see below).

## 2.4 Graded sands | Cát cấp phối

For graded sand conditions a fractional approach is used to calculate the net sand transport as follows:

$$\vec{\Phi} = \frac{\vec{q}_s}{\text{sqrt}(s-1)gd_{50}^3} = \sum_{j=1}^M p_j \frac{\vec{q}_{s,j}}{\text{sqrt}(s-1)gd_j^3} \quad (32)$$

where  $q_{s,j}$  is the net transport rate of fraction  $j$  with diameter  $d_j$ , and percentage  $p_j$  of that fraction in the bed material, and  $M$  is the number of size fractions in the bed material.

Van Rijn (2007c) discussed whether the roughness of each fraction should be based on the grain diameter of the fraction ( $k_{s,j} \sim d_j$ ), or whether for each fraction the same roughness (and hence bed shear stress  $\tau$ ) based on the median grain diameter of the mixture ( $k_s \sim d_{50}$ )

chuyển tịnh theo hướng truyền sóng, ngay cả với những con sóng hình sin. Tầm quan trọng của cơ chế này đối với sóng lan truyền bề mặt được thể hiện qua một mô hình số cho lớp biên (dựa trên hiện tượng chuyển tải-khuếch tán cho bùn cát) được áp dụng trong điều kiện thí nghiệm máng sóng lớn của Schretlen và nnk. (2011). Kranenburg và nnk. (2013) đã cho thấy hiệu ứng của chuyển tải bùn cát phương ngang có thể tính đến với việc hiệu chỉnh tham số trễ pha thông qua cơ thời gian điều chỉnh  $T_A$ :

trong đó  $\Delta/w_s$  là tỉ số giữa chiều cao khuấy động bùn cát so với tốc độ chìm lắng hạt, tỉ số này thể hiện thời gian chìm của bùn cát;  $u_w(t)$  là lưu tốc hướng ngang thuộc dòng tự do ở lớp vận chuyển phía trên đáy; và  $\xi$  là một hệ số có xét đến hình dạng của prô-fin vận tốc vận tốc và nồng độ. Một đoạn mô tả ngắn về cơ sở lý thuyết cho cơ thời gian này được trình bày trong Phụ lục D (xem thêm Kranenburg et al., 2013). Thành phần  $\left( 1 - \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right)$  thể hiện ảnh hưởng của chuyển tải bùn cát theo phương ngang. Nó  $< 1$  dưới đỉnh sóng và  $> 1$  dưới chân sóng; và như vậy sẽ biểu diễn sự rút ngắn cơ thời gian điều chỉnh dưới đỉnh sóng (nghĩa là trị số nồng độ sẽ phản ứng nhanh hơn khi có thay đổi lưu tốc) và sự kéo dài cơ thời gian điều chỉnh dưới chân sóng. Thành phần này chỉ có ý nghĩa khi các sóng lớn và vận tốc quỹ đạo  $u_w(t)$  lớn so với tốc độ truyền sóng  $c_w$ . Hơn nữa, nó chỉ có thể hiệu quả nếu các hiệu ứng trễ pha là quan trọng, hay nói cách khác là cơ thời gian điều chỉnh  $T_A$  không thể bỏ qua được so với chu kì sóng  $T$ . Dựa trên kết quả này, hiệu ứng của sự chuyển tải bùn cát theo hướng ngang được gộp vào công thức vận chuyển bùn cát thông qua hiệu chỉnh các tham số  $P_i$  cho đỉnh sóng và chân sóng, sử dụng một hệ số  $\left( 1 - \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right)$  cho thời gian chìm lắng của tải lượng đỉnh sóng và một tham số  $\left( 1 + \frac{\xi u_w(t)}{c_w} \right)$  cho thời gian chìm lắng của tải lượng chân sóng như các PT (27), (28). Chúng tôi dùng  $\xi$  làm thông số hiệu chỉnh trong cách tham số hóa đơn giản này (xem đoạn tiếp theo).

Đối với điều kiện cát cấp phối, một phương pháp phân tách được dùng để tính lượng vận chuyển cát tịnh như sau:

trong đó  $q_{s,j}$  là lưu lượng vận chuyển tịnh của phần thứ  $j$  với đường kính  $d_j$ , và tỉ lệ  $p_j$  của phần đó trong vật liệu đáy, và  $M$  là số phần cỡ hạt trong vật liệu đáy.

Van Rijn (2007c) đã thảo luận xem liệu độ nhám của mỗi phần nên được chọn theo đường kính hạt của phần đó ( $k_{s,j} \sim d_j$ ), hay mỗi phần đều lấy chung độ nhám (tức là cũng chung ứng suất tiếp đáy  $\tau$ ) dựa theo đường kính hạt trung vị của hỗn hợp ( $k_s \sim d_{50}$ ). Cách thứ nhất giả thiết sự tách biệt của các phần trong khi thí nghiệm, còn

should apply. The first approach assumes segregation of the fractions during the experiment, while in the second approach the bed is assumed to remain well-mixed. Using a multi-fraction approach (including hiding/exposure effects discussed below), Van Rijn (2007c) compared predicted net transport rates from his quasi-steady formulae using both approaches with the medium sand results of Hassan (2003). Best results were obtained with  $k_{s,j} \sim d_j$ , in agreement with the observed segregation processes during the majority of Hassan's (2003) graded sand experiments. In the present formula, assuming  $k_{s,j} \sim d_j$  in the transport rate calculations for each fraction also lead to best agreement with the measured net transport rates. In calculating the fractional transport rate, the phase lag parameter also depends on the grain size of the fraction, therefore:

$$P_c = \begin{cases} \alpha \left(1 - \frac{\xi \hat{u}_c}{c_w}\right) \frac{\eta}{2(T_c - T_{cu})w_{sc}} & \text{if } \eta > 0 \text{ (ripple regime / chế độ gợn cát)} \\ \alpha \left(1 - \frac{\xi \hat{u}_c}{c_w}\right) \frac{\delta_{sc}}{2(T_c - T_{cu})w_{sc}} & \text{if } \eta = 0 \text{ (sheet flow regime / chế độ dòng cát sát đáy)} \end{cases} \quad (33)$$

$$P_t = \begin{cases} \alpha \left(1 + \frac{\xi \hat{u}_t}{c_w}\right) \frac{\eta}{2(T_t - T_{tu})w_{st}} & \text{if } \eta > 0 \text{ (ripple regime / chế độ gợn cát)} \\ \alpha \left(1 + \frac{\xi \hat{u}_t}{c_w}\right) \frac{\delta_{st}}{2(T_t - T_{tu})w_{st}} & \text{if } \eta = 0 \text{ (sheet flow regime / chế độ dòng cát sát đáy)} \end{cases} \quad (34)$$

In which the settling velocity is based on the particle settling velocity for each fraction individually. The representative entrainment height (either  $\eta$  or  $\delta_{si}$ ) is the same for each fraction and is based on the overall  $d_{50}$ .

It is well known that for beds consisting of different size fractions, the finer particles tend to "hide" between the larger particles and therefore have reduced mobility compared to a uniform sand of the same diameter. At the same time coarser particles become more exposed to the flow and are more easily mobilized. These grain sorting effects can be accounted for by applying a correction factor, often as a function of  $d_j/d_{50}$ , to the critical Shields parameter and/or the effective Shields parameter (see e.g. Hassan, 2003, Van Rijn, 2007c). Correcting the critical Shields parameter only has significant influence on conditions near the threshold of motion. For relatively large Shields parameters, such as for the present sheet flow conditions, an adjustment to the Shields parameter has a greater impact. We apply the correction  $\epsilon_{eff,j}$  to calculate the effective Shields parameter for the fraction with grain size  $d_j$  as follows:

$$|\theta_{i,j,eff}| = \epsilon_{eff,j} |\theta_{i,j}| \quad (35)$$

where, as before,  $i = c$  (crest) or  $t$  (trough), and  $|\theta_{i,j}|$  is the Shields parameter for fraction  $j$ , which feeds into the calculation of the sediment load as follows:

$$\Omega_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{if } |\theta_{i,j,eff}| \geq \theta_{cr,j} \\ m(|\theta_{i,j,eff}| - \theta_{cr,j})^n & \text{if } |\theta_{i,j,eff}| > \theta_{cr,j} \end{cases} \quad (36)$$

with  $\theta_{cr,j}$  the critical Shields parameter, according to Soulsby (1997), for fraction  $j$ . Following Van Rijn (2007c), the correction factor is defined as:

$$\epsilon_{eff,j} = \left(\frac{d_j}{d_{50}}\right)^{0.25} \quad (37)$$

cách thứ hai thì coi như đáy cát vẫn được coi là trộn đều. Bằng việc dùng một cách tính đa phần (bao gồm cả các hiệu ứng che chắn/phoi lộ như sẽ trình bày dưới đây), Van Rijn (2007c) đã so sánh các lưu lượng vận chuyển tịnh được dự tính bằng các công thức giả ổn định của ông theo cả hai cách với kết quả từ mẫu bùn cát cỡ trung của Hassan (2003). Những kết quả tốt nhất đã thu được với  $k_{s,j} \sim d_j$ ; điều này phù hợp với các quá trình tách biệt đã quan sát thấy trong đa số các thí nghiệm của Hassan (2003) với cát cấp phối. Trong công thức hiện tại, giả thiết rằng  $k_{s,j} \sim d_j$  trong phép tính lượng tải cát trong mỗi phần cũng dẫn đến kết quả khớp nhất với các giá trị lưu lượng tịnh thực đo. Khi tính lưu lượng vận chuyển từng phần, tham số trễ pha cũng phụ thuộc vào cỡ hạt của phần đó, vì vậy:

Trong đó tốc độ chìm lắng được dựa trên tốc độ chìm hạt của từng phần riêng rẽ. Độ cao khuấy động đại diện ( $\eta$  hoặc là  $\delta_{si}$ ) là bằng nhau đối với mỗi phần và được dựa trên  $d_{50}$  chung.

Ta biết rõ rằng với đáy cát chứa nhiều phần hạt có kích cỡ khác nhau thì những hạt mịn hơn có xu thế "nấp" sau hạt lớn và do vậy giảm tính cơ động so với mẫu hạt cát đồng đều với các hạt cùng đường kính. Đồng thời, các hạt thô hơn trở nên dễ bị phoi lộ trước dòng chảy và dễ cơ động hơn. Những hiệu ứng cấp phối này có thể được tính đến bằng cách áp dụng một hệ số điều chỉnh, thường là một hàm của  $d_j/d_{50}$ , đối với tham số Shields phân giới và/hoặc tham số Shields hiệu quả (xem thêm Hassan, 2003, Van Rijn, 2007c chẳng hạn). Việc điều chỉnh tham số Shields phân giới chỉ ảnh hưởng đáng kể đến tình trạng gần ngưỡng chuyển động. Đối với các tham số Shields lớn, như khi có lớp dòng cát, thì việc điều chỉnh tham số Shields sẽ ảnh hưởng nhiều hơn. Chúng tôi áp dụng điều chỉnh  $\epsilon_{eff,j}$  để tính tham số Shields hiệu quả cho cỡ hạt  $d_j$  như sau:

trong đó, cũng như trước,  $i = c$  (đỉnh) hoặc  $t$  (chân), và  $|\theta_{i,j}|$  là tham số Shields cho phần thứ  $j$ , vốn được đưa vào tính toán tải lượng cát như sau:

với  $\theta_{cr,j}$  là tham số Shields phân giới, theo Soulsby (1997), cho phần thứ  $j$ . Theo Van Rijn (2007c), hệ số điều chỉnh được định nghĩa như:

This simple correction factor is adapted here in preference to the more commonly used correction factor of Day (1980) which requires information on the gradation of the sand mixture.

## 2.5 Calibration | Hiệu chỉnh

The limited applicability of many existing practical formulae is, to some extent, the result of the limited range of flow and sand conditions used to develop the formulae. For this reason Van der Werf et al. (2009) brought together a large dataset of existing net transport rate measurements from a number of facilities covering a wide range of sand sizes and full-scale flow conditions (the ‘‘SANTOSS database’’). The database has recently been extended to include more recent net transport measurements for acceleration-skewed oscillatory flows (Silva et al., 2011, Van der A et al., 2010) and for progressive surface waves (Schretlen et al., 2011). The entire dataset contains 226 measured net transport rates for a wide range of full-scale ( $T \geq 4$  s) conditions in both the rippled bed and sheet flow regime, including regular and irregular oscillatory flows with velocity skewness or acceleration skewness (or a combination of both), oscillatory flows with superimposed collinear currents and non-breaking (shoaling) surface waves. Table 1 presents an overview of the range of hydraulic conditions covered by the data. In most of the oscillatory flow + current experiments (43 out of 50 cases), the current was weak relative to the orbital velocity,  $|u_\delta|/\hat{u} < 0.5$ , so that in general the experimental conditions for which measured net transport rates are available are oscillatory flow-dominated, not current-dominated. The extended database was used for the calibration of the present practical sand transport formula.

The calibration procedure is an iterative procedure involving three main calibration coefficients: (i) the coefficient  $\alpha$  in the phase lag parameter (Eqs. (27), (28)) for sheet flow and rippled bed conditions; (ii) the proportionality constant  $m$  in the sediment load formula (Eq. (2)), and (iii) the power of the excess Shields parameter  $n$  in the sediment load formula. In the calibration procedure,  $\alpha$  was tuned to find the highest correlation between the measured and predicted transport rates;  $m$  was then found from least square fitting a straight line with zero intercept to the measured and predicted net transport rate values, repeating for different values of coefficient  $n$ . Once an initial calibration was completed, several subsets of the data were examined and calibration coefficients specific to each subset ( $p$ ,  $\mu$  and  $\xi$ ) were tuned individually to obtain best agreement between measured and predicted transport rates for each particular subset of data. After this  $m$ ,  $n$  and  $\alpha$  were adjusted again to obtain best overall agreement. The entire procedure was repeated several times, finally resulting in:  $\alpha = 8.2$ ,  $m = 11.0$  and  $n = 1.2$ .

Hệ số điều chỉnh đơn giản này đã được chỉnh sửa ở đây thay vì dùng dạng phổ biến của Day (1980), ở đó cần thêm thông tin về cấp phối của hỗn hợp cát.

Khả năng áp dụng rất hạn chế của nhiều công thức thực dụng hiện có một phần là vì phạm vi hạn chế của những điều kiện dòng chảy và cát dùng để xây dựng các công thức đó. Do vậy, Van der Werf và nnk. (2009) đã tổng hợp một bộ số liệu lớn những kết quả hiện có về đo đạc lưu lượng vận chuyển cát tịnh, từ nhiều hình thức thí nghiệm bao trùm nhiều loại cỡ hạt và điều kiện dòng chảy đúng quy mô thực (cơ sở dữ liệu ‘‘SANTOSS database’’). Gần đây, cơ sở dữ liệu này được mở rộng để kèm theo những đo đạc lượng vận chuyển tịnh từ dòng chảy dao động lệch gia tốc (Silva và nnk., 2011, Van der A và nnk., 2010) và sóng lan truyền bề mặt (Schretlen và nnk., 2011). Toàn bộ dữ liệu bao gồm 226 lưu lượng vận chuyển tịnh cho một phạm vi rộng các trường hợp có quy mô thực ( $T \geq 4$  s) gồm cả chế độ đáy gợn cát và dòng cát đáy, bao gồm các dòng chảy dao động có quy luật và ngẫu nhiên với độ lệch gia tốc và lệch gia tốc (hoặc kết hợp cả hai), dòng chảy dao động kết hợp với dòng đẳng hướng và sóng không vỡ (sóng nước nông). Bảng 1 trình bày tổng quan về các điều kiện thủy lực mà số liệu có liên quan đến. Trong đa số các thí nghiệm dòng chảy kết hợp với dòng dao động (43 trong số 50 trường hợp), dòng chảy là yếu so với vận tốc quỹ đạo,  $|u_\delta|/\hat{u} < 0.5$ , vì vậy nói chung các điều kiện thí nghiệm có đo lưu lượng vận chuyển bùn cát tịnh đều đều là dòng dao động chi phối chứ không phải dòng đẳng hướng chi phối. Cơ sở dữ liệu mở rộng này được dùng để hiệu chỉnh công thức vận chuyển bùn cát thực dụng hiện đang xét.

Quá trình hiệu chỉnh là một quá trình lặp bao gồm ba hệ số hiệu chỉnh cơ bản: (i) hệ số  $\alpha$  trong tham số trễ pha (các PT (27), (28)) cho các điều kiện dòng chảy lớp đáy và gợn cát đáy; (ii) hằng số tỉ lệ  $m$  trong công thức (PT (2)), và (iii) số mũ của tham số Shields vượt ngưỡng  $n$  ở công thức vận chuyển bùn cát. Trong quá trình hiệu chỉnh,  $\alpha$  được chỉnh sao cho đạt được tương quan chặt chẽ nhất giữa các lượng VCBC đo đạc và ước tính; sau đó  $m$  được tìm bằng cách khớp bình phương nhỏ nhất với một đường thẳng với giao cắt không đi qua nhóm điểm tương quan giữa các giá trị VCBC tịnh đo đạc và tính toán, và lặp lại cho các giá trị hệ số  $n$  khác nhau. Mỗi khi việc hiệu chỉnh ban đầu được hoàn thành, vài tập con của bộ số liệu được kiểm tra lại và các hệ số hiệu chỉnh riêng cho từng tập con ( $p$ ,  $\mu$  và  $\xi$ ) được điều chỉnh để đạt được sự phù hợp cao nhất giữa lượng VCBC đo đạc và tính toán cho mỗi tập con số liệu. Sau đó thì  $m$ ,  $n$  và  $\alpha$  được điều chỉnh để thu được sự phù hợp tổng thể tốt nhất. Toàn bộ quá trình được lặp lại vài lần, và cuối cùng cho ta:  $\alpha = 8.2$ ,  $m = 11.0$  và  $n = 1.2$ .

## 3 Calculated and measured net transport rates | Lưu lượng vận chuyển bùn cát tính toán và thực đo

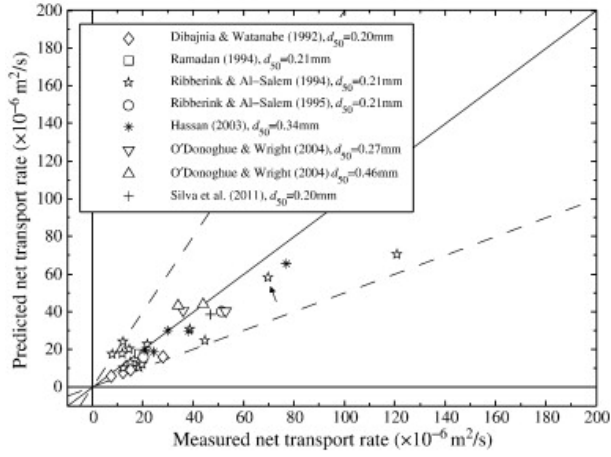
In this section we compare calculated net transport rates with measured transport rates for particular sub-datasets

Trong mục này ta so sánh các lưu lượng VCBC tính toán với đo đạc cho các tập con số liệu cụ thể (xem Bảng 1)

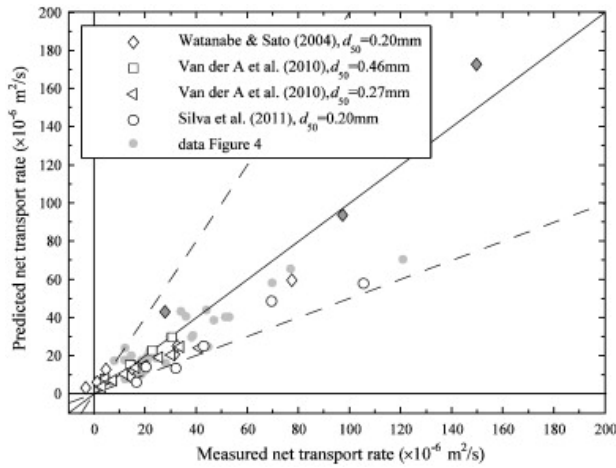


Bảng 1: | Table 1. Overview of dataset used for development and calibration of the formula. The number of conditions is divided per flow (regular, irregular) and per transport regime (sheet flow, rippled bed). Here  $d_{50}$  is the median grain diameter,  $T_{(p)}$  the (peak) flow period,  $u_{w,max}$  the maximum orbital velocity,  $u_{\delta}$  the net current velocity (negative indicates a current direction opposite that of the implied wave direction) at level  $z = \delta$  computed from the measured or imposed current velocity by assuming a logarithmic velocity profile with  $\delta = 0.2$  m,  $\Psi_{max}$  is the mobility number based on  $u_{w,max}$ , and  $\beta$  and  $R$  represent the degree of velocity and acceleration skewness, respectively (see Section 2.1). The subscript (sig) applies to the irregular flow conditions for which significant (i.e. average of the highest one-third) values are listed. • Tổng quan về bộ số liệu được dùng để xây dựng và hiệu chỉnh công thức. Số các điều kiện được chia cho loại dòng chảy (đều, không đều) và theo chế độ vận chuyển (lớp dòng cát, đáy gợn cát). Ở đây  $d_{50}$  là đường kính hạt trung vị,  $T_{(p)}$  là chu kì sóng đỉnh phổ,  $u_{w,max}$  là vận tốc quỹ đạo cực đại,  $u_{\delta}$  là vận tốc dòng chảy tịnh (giá trị âm thể hiện hướng dòng chảy ngược với hướng sóng định trước) tại mức  $z = \delta$  được tính từ dòng chảy đo đạc hoặc dòng chảy áp đặt theo giả thiết một pro-fin vận tốc dạng logarit với  $\delta = 0.2$  m,  $\Psi_{max}$  là số cơ động dựa trên  $u_{w,max}$ , còn  $\beta$  và  $R$  thể hiện lần lượt độ xiên vận tốc và gia tốc (xem Mục 2.1). Chỉ số (sig) áp dụng cho dòng chảy không đều trong đó các giá trị ý nghĩa (tức là trung bình của 1/3 các số lớn nhất) được liệt kê.

Flow condition   DK dề chảy	$d_{50}$	$T_{(p)}$	$u_{w,max(sig)}$	$u_{\delta}$	$\Psi_{max(sig)}$	$\beta_{(sig)}$	$R_{(sig)}$	Number of conditions		
	(mm)	(s)	(m/s)	(m/s)	( )	( )	( )	reg.	irreg.	s.f.
								đều	k/đều	lớp dề
Sinusoidal osc. flows   DC dao động sin	0.22	10.2	0.63	–	79	0.5	0.5	–	1	–
Velocity-skewed osc. flows   DC dao động xiên vận tốc	0.13 →0.46	4 →12.5	0.16 →1.72	–	9→ 1427	0.5	0.52 →0.70	70	22	40
Acceleration-skewed osc. flows   DC dao động xiên gia tốc	0.15–0.46	5–10	0.83–1.45	–	225–702	0.56–0.8	0.5	–	–	47
Accel.+vel. skewed osc. flows   DC d.động xiên v.tốc+gia tốc	0.15; 0.20	7–10	0.94–1.61	–	364–793	0.60–0.72	0.53–0.60	6	–	6
Oscillatory flows with current   Dề dao động kèm dâng hướng	0.13–0.32	4–12	0.94–1.69	–0.50→0.5	269–841	0.5–0.7	0.5–0.70	50	–	50
Graded sands   Cát cấp phối	0.15–0.54	5–12	0.72–1.63	0.24; 0.45		0.50	0.5–0.68	19	–	19
Progressive surface waves   Sóng mặt lan truyền	0.14–0.25	5–9.1	1.02–1.66	–	270–1079	0.46–0.56	0.55–0.67	11	–	11
Total   Tổng số	0.13–0.54	4–12.5	0.16–1.72	–0.50→0.5	9–1427	0.46–0.8	0.5–0.70	203	23	173



Hình 4: | Fig. 4. Comparison between measured and calculated net transport rates for velocity-skewed oscillatory sheet flows with  $d_{50} \geq 0.20$  mm. The solid diagonal indicates perfect agreement, the dashed lines a factor 2 difference. • So sánh giữa các trị số lưu lượng vận chuyển thực đo và tính toán cho dòng lớp cát đáy có lệch vận tốc với  $d_{50} \geq 0.20$  mm. Đường chéo liền nét thể hiện sự phù hợp hoàn toàn, các đường đứt nét thể hiện chênh lệch 2 lần



Hình 5: | Fig. 5. Comparison between measured and calculated net transport rates for acceleration-skewed oscillatory sheet flows with  $d_{50} \geq 0.20$  mm. The grey diamonds indicate conditions of Watanabe and Sato (2004) for which phase lag effects are active. Note that in Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10, data from the preceding figure is included to aid comparison (and is indicated by the small light grey dots). • So sánh giữa các lưu lượng VCBC tịnh đo đặc và tính toán cho các dòng chảy lớp đáy dao động xiên gia tốc, với  $d_{50} \geq 0.20$  mm. Các hình thoi xám thể hiện các điều kiện của Watanabe và Sato (2004) trong đó hiệu ứng trễ pha đều tác dụng. Lưu ý rằng trong các Hình 5, Hình 6, Hình 7, Hình 8, Hình 9, Hình 10, số liệu từ các hình trước được kèm theo (dưới dạng các điểm xám nhạt nhỏ) để so sánh.

(see Table 1) in order to highlight i) the different transport mechanisms that are captured in the formula, and ii) the performance of the formula for each sub-dataset.

nhằm vạch rõ i) các cơ chế vận chuyển khác nhau đã được bao gồm trong công thức, và ii) hiệu năng của mỗi công thức ở mỗi tập con số liệu.

### 3.1 Velocity-skewed oscillatory sheet flow with $d_{50} \geq 0.20$ mm | Dòng chảy có lớp đáy dao động, lưu tốc xiên, với $d_{50} \geq 0.20$ mm

Fig. 4 shows a comparison of the measured and calculated transport rates for the 32 pure velocity-skewed sheet flow conditions with  $d_{50} \geq 0.20$  mm contained in the SANTOSS database. Nearly all transport rates for velocity-skewed conditions are calculated within a factor 2 of the measurements. In addition to the percentage of the data falling within a factor 2, Table 2 lists the factor 5 percentage, the Brier skill score, the bias and the squared correlation coefficient  $r^2$  (see caption). All performance criteria indicate the excellent agreement between the measurements and prediction for these conditions. With the exception of one of Ribberink and Al-Salem's (1994) conditions (indicated by the arrow in Fig. 4), for all these experiments with medium and coarse sand ( $d_{50} \geq 0.20$  mm)  $P_i \leq 1$ , which means unsteady phase lag effects do no play a role in the predicted transport.

Hình 4 cho thấy so sánh giữa các lưu lượng VCBC đo đặc và tính toán cho 32 điều kiện dòng chảy lớp đáy lưu tốc xiên thuần túy, với  $d_{50} \geq 0.20$  mm có trong cơ sở dữ liệu SANTOSS. Gần như tất cả các lưu lượng VCBC cho điều kiện lưu tốc xiên đều nằm trong khoảng nửa đến gấp đôi trị số thực đo (gọi là “mức 2”). Bên cạnh trị số phần trăm điểm số liệu rơi ngoài mức 2, Bảng 2 còn liệt kê phần trăm mức 5, trị số Brier, độ lệch và hệ số tương quan bình phương  $r^2$  (xem tiêu đề hình). Tất cả chỉ tiêu hiệu năng đều cho thấy sự hợp lý rất tốt giữa trị số thực đo và tính toán cho các điều kiện này. Chỉ trừ một trong số các điều kiện của Ribberink và Al-Salem (1994) (biểu thị bởi mũi tên ở Hình 4), tất cả các thí nghiệm này với cát trung và cát thô ( $d_{50} \geq 0.20$  mm) đều có  $P_i \leq 1$ , nghĩa là độ trễ pha không ổn định thì không giữ vai trò nào trong lưu lượng VCBC ước tính được.

### 3.2 Acceleration-skewed oscillatory sheet flow with $d_{50} \geq 0.20$ mm | Dòng chảy có lớp đáy dao động, gia tốc xiên, với $d_{50} \geq 0.20$ mm

Bảng 2: | Table 2. Performance criteria for the various data subsets.  $N$  indicates the number of data points contained in the subset, BSS is the Brier Skill Score (Van der A et al., 2010, Van Rijn et al., 2003), here  $BSS = 1 - \langle |q_{s,pred} - q_{s,meas}|^2 \rangle / \langle q_{s,meas}^2 \rangle$  which gives a measure of the formula accuracy (BSS = 1 means perfect agreement, BSS < 0 means that the transport rate error is greater than when zero transport is predicted for each condition, i.e. the “do-nothing” scenario), bias is the normalized mean bias defined as  $bias = \langle (q_{s,pred} - q_{s,meas}) / q_{s,meas} \rangle$  and indicates the tendency of the formula to over- (positive bias) or underestimate (negative bias) the measurements,  $r^2$  is the squared coefficient of correlation, and the last two columns indicate the percentage of the predictions within factors 2 and 5 of the measurements. Van Rijn et al. (2003) proposed the following skill qualification: excellent: BSS = 1.0–0.8; good: 0.8–0.6; fair: 0.6–0.3; poor: 0.3–0; bad: < 0. • Tiêu chí hiệu năng cho các bộ số liệu con.  $N$  biểu thị số điểm số liệu trong bộ, BSS là Điểm Kỹ năng Brier (Van der A và nnk., 2010, Van Rijn và nnk., 2003), ở đây  $BSS = 1 - \langle |q_{s,pred} - q_{s,meas}|^2 \rangle / \langle q_{s,meas}^2 \rangle$ , điểm BSS cung cấp thang đo độ chính xác của công thức (BSS = 1 đồng nghĩa với hoàn toàn phù hợp, BSS < 0 đồng nghĩa với sai số lưu lượng VCBC còn lớn hơn cả trường hợp dự báo không có VCBC, hay kịch bản “không làm gì”), bias là độ lệch trung bình chuẩn hóa, được định nghĩa là  $bias = \langle (q_{s,pred} - q_{s,meas}) / q_{s,meas} \rangle$  và biểu thị xu hướng mà công thức tính toán thiên lớn (lệch dương) hay thiên nhỏ (lệch âm) so với đo đạc,  $r^2$  là hệ số tương quan bình phương, còn hai cột cuối cùng biểu thị phần trăm trị số dự đoán trong khoảng các cấp độ 2 lần và cấp độ 5 lần so với trị số đo đạc. Van Rijn và nnk. (2003) đề xuất cách phân loại kỹ năng sau: xuất sắc cho BSS = 1.0–0.8; tốt cho 0.8–0.6; trung bình cho 0.6–0.3; yếu cho 0.3–0; kém cho < 0.

Data (sub)set   Bộ số liệu (con)	$N$	BSS	bias(%)	$r^2$	fac2(%)	fac5(%)
Velocity-skewed sheet flow   Dòng lớp đáy, lệch vận tốc $d_{50} \geq 0.20$ mm	32	0.91	–8	0.78	97	100
Acceleration-skewed sheet flow   Dề lớp đáy, lệch gia tốc $d_{50} \geq 0.20$ mm	32	0.92	2	0.87	84	97
Oscillatory sheet flow   Dòng lớp đáy, dao động $d_{50} < 0.20$ mm	29	0.73	–8	0.80	86	93
Oscillatory flow over rippled beds   Dòng dao động trên đáy gợn cát	53	0.72	4	0.65	62	89
Oscillatory flow with collinear current   Dề d.động kèm DC cùng chiều	50	0.72	61	0.84	70	86
Graded sands   Cát cấp phối	19	0.83	45	0.91	89	100
Progressive surface waves   Sóng bề mặt lan truyền	11	0.57	27	–1.05	82	100
Regular flows   Dòng chảy đều	203	0.76	18	0.76	81	94
Irregular flows   Dòng không đều	23	0.54	18	0.95	57	87
Sheet flow   Dòng lớp sát đáy	173	0.76	22	0.73	83	94
Ripples   Gợn cát	53	0.72	4	0.65	62	89
Fine sand   Cát mịn ( $d_{50} < 0.20$ mm)	64	0.70	–16	0.72	77	89
Coarse sand   Cát thô ( $d_{50} \geq 0.20$ mm)	162	0.79	31	0.85	79	94
All   Tất cả	226	0.76	18	0.77	78	93
All with ripple predictor   Tất cả với dự đoán gợn cát	226	0.76	10	0.76	69	86

Fig. 5 shows a comparison between calculated and measured net transport rates for the 32 pure acceleration-skewed oscillatory flow conditions with  $d_{50} \geq 0.20$  mm. The calculated transport rates show good agreement with the measurements, with 84% of the predictions fall within a factor 2 of the measurements (also see Table 2 for further details). The formula incorrectly calculates the transport direction for one of Watanabe and Sato's (2004) conditions. Due to its forward-leaning acceleration skewness ( $\beta = 0.6$ ), a positive net transport rate is calculated, in contrast to their measured negative net transport rate. The discrepancy may be due to measurement error: Watanabe and Sato (2004) determine their net transport rate on the difference between the masses of sand collected at the ends of the test section, a method that is more prone to measurement error than the method based on mass conservation applied to the whole test section as used in most other studies. For some of Watanabe and Sato's (2004) conditions (indicated with the grey symbols), the relatively short flow period of  $T = 5$  s combined with large orbital velocities ( $u_{w,max} \sim 1.45$  m/s) results in phase lag effects contributing significantly to the net transport rates (i.e.  $P_i > 1$ ). Watanabe and Sato's own observations of the time-dependent sand concentrations confirm the occurrence of the unsteady behaviour. No phase lag effects were observed for the same sand size and orbital velocities for flow periods of 7 and 10 s, which provide longer settling times (Silva et al., 2011). The transport formula is able to capture these processes.

## 4 Conclusions | Kết luận

A new practical formula for net sand transport induced by non-breaking waves and non-breaking waves with collinear currents has been presented. The formula is based on Dibajnia and Watanabe's (1992) semi-unsteady half-cycle concept, which accounts for the transport contribution related to unsteady phase lag effects within the wave boundary layer, and has bed shear stress as the main forcing parameter. The formula distinguishes itself from other semi-unsteady half-cycle-type formulae through explicit inclusion of surface wave effects, details in the process calculations and the extent of the experimental data used to develop the formula.

The formula is developed using a database of 226 net transport rate measurements from large-scale oscillatory flow tunnels and a large wave flume, covering a wide range of full-scale flow conditions and uniform and graded sands with median diameter ranging from 0.13 mm to 0.54 mm. Good overall agreement is obtained between observed and predicted net transport rates with 78% of the predictions falling within a factor 2 of the measurements. The formula has been validated against independent net transport rate data for oscillatory flow conditions and bedload-dominated steady flow conditions.

The formula performs best for regular oscillatory sheet flow conditions, with and without currents, involving uniform fine, coarse and graded sands. Formula performance for other conditions – rippled beds, irregular flows, progressive surface waves – is reasonable but less good. The

Hình 5 cho thấy sự so sánh giữa lưu lượng VCBC tính toán và đo đạc cho 32 điều kiện dòng chảy dao động thuần xiên gia tốc, với  $d_{50} \geq 0.20$  mm. Lưu lượng VCBC tính toán cho thấy sự phù hợp tốt với thực đo, trong đó 84% trị số dự đoán rơi vào khoảng từ một nửa đến gấp đôi trị số đo đạc (xem thêm chi tiết ở Bảng 2). Công thức tính không chính xác hướng VCBC ở một trong các điều kiện thí nghiệm của Watanabe và Sato (2004). Do độ lệch gia tốc hướng về phía trước ( $\beta = 0.6$ ), công thức đã tính ra lưu lượng VCBC tịnh dương, ngược với trị số đo đạc là âm. Sự khác biệt này có thể do đo đạc lỗi: Watanabe và Sato (2004) xác định lưu lượng VCBC của họ dựa trên độ chênh lệch khối lượng cát gom được ở hai đầu của đoạn thí nghiệm, một phương pháp dễ phạm phải lỗi đo đạc hơn là phương pháp thường dùng ở đa số nghiên cứu khác là dựa trên bảo toàn khối lượng cho cả đoạn thí nghiệm. Một vài trong số các điều kiện của Watanabe và Sato (2004) (thể hiện bởi các biểu tượng xám), chu kỳ tương đối ngắn  $T = 5$  s kết hợp với vận tốc quỹ đạo lớn ( $u_{w,max} \sim 1.45$  m/s) dẫn đến các hiệu ứng trễ pha đóng góp đáng kể đến lưu lượng VCBC tịnh (nghĩa là  $P_i > 1$ ). Các quan trắc của chính Watanabe và Sato về diễn biến mật độ cát theo thời gian đã khẳng định ứng xử không ổn định của hiện tượng. Không quan sát được các hiệu ứng trễ pha cho cùng cỡ hạt và vận tốc quỹ đạo cho các chu kỳ dòng chảy 7 và 10 s, vốn dẫn đến thời gian chìm lắng lâu hơn (Silva và nnk., 2011). Công thức VCBC có khả năng nắm bắt được những quá trình này.

Một công thức thực dụng mới để tính lưu lượng VCBC tịnh gây bởi sóng không vỡ, và sóng không vỡ kèm dòng chảy cùng chiều, đã được trình bày. Công thức dựa dựa trên khái niệm nửa chu kỳ bán ổn định do Dibajnia và Watanabe (1992) đề xuất, trong đó xét đến thành phần VCBC gắn với các hiệu ứng trễ pha không ổn định bên trong lớp biên sóng, và có tham số lực đẩy chính là ứng suất tiếp. Công thức khác biệt so với những công thức kiểu nửa chu kỳ bán ổn định còn lại ở chỗ đã bao gồm một cách tường minh các hiệu ứng của sóng bề mặt, các chi tiết trong tính toán quá trình và phạm vi bộ số liệu thực nghiệm dùng để xây dựng nên công thức này.

Công thức được phát triển theo một cơ sở dữ liệu gồm 226 trị số đo đạc VCBC tịnh từ các đường ống dòng chảy dao động cỡ lớn, cùng một máng sóng lớn, nhằm bao hàm một phạm vi rộng các điều kiện dòng chảy với tỉ lệ toàn phần, với đường kính trung vị của hạt từ 0.13 mm đến 0.54 mm. Ta thu được sự phù hợp tổng thể ở mức tốt giữa các trị số đo đạc và tính toán với 78% số giá trị tính toán rơi vào khoảng từ nửa đến gấp đôi trị số đo đạc. Công thức đã được kiểm nghiệm theo nguồn số liệu lưu lượng VCBC tịnh độc lập cho các điều kiện dòng chảy dao động và dòng chảy ổn định có vận chuyển bùn cát đáy chiếm ưu thế.

Công thức có hiệu quả tốt nhất cho các điều kiện dòng chảy lớp đáy dao động trật tự, cả có và không dòng đơn hướng, bao gồm các loại hạt cát mịn, thô, và cấp phối. Với các trường hợp khác - đáy gợn cát, dòng chảy không

difference in performance for different conditions can be partly attributed to the unequal number of the various conditions within the database of experimental results (Table 1). But poorer performance is also likely to be partly due to insufficient understanding of the detailed sand transport processes, and this remains particularly true for progressive surface wave conditions, for which reliable detailed data is difficult to obtain.

Arguably, the most significant shortcoming in the new formula is that it is based entirely on oscillatory flows and non-breaking surface waves. Accordingly, although the model as constructed could in principle be applied to breaking waves as long as the hydrodynamics at the top of the wave boundary layer can be provided as input, net transport rates for breaking wave conditions cannot be calculated with any degree of confidence. A main goal of future research therefore is to extend the range of large-scale laboratory experiments to include breaking wave conditions and, based on the experimental results, to adapt the formula to account for the breaking wave processes.

The SANTOSS database of measured net transport rates for large-scale oscillatory flow and surface wave conditions and a MATLAB code for implementation of the new, so-called SANTOSS formula are available on request to the authors.

## Acknowledgements | Lời cảm tạ

This work is part of the SANTOSS project ('SANd Transport in OSCillatory flows in the Sheet-flow regime') funded by the UK's EPSRC (GR/T28089/01) and STW in The Netherlands (TCB.6586). JW acknowledges Deltares strategic research funding under project number 1202359.09. Richard Soulsby is gratefully acknowledged for valuable discussions and feedback on the formula during the SANTOSS project.

trật tự, và sóng bề mặt lan truyền - công thức còn hợp lý nhưng không tốt bằng. Sự khác biệt về hiệu quả này có lẽ phần nào là do số các điều kiện khác nhau giữa các nhóm dữ liệu kết quả thực nghiệm (Bảng 1). Nhưng hiệu quả kém cũng có thể một phần do sự hiểu biết chưa đầy đủ về chi tiết các quá trình vận chuyển cát. Và điều này vẫn còn đặc biệt đúng với các điều kiện có sóng bề mặt lan truyền, vì số liệu chi tiết đáng tin cậy rất khó thu được.

Có lẽ hạn chế lớn nhất của công thức mới này là nó hoàn toàn dựa theo dòng chảy dao động và sóng không vỡ. Do vậy mà mặc dù mô hình thiết lập, về nguyên tắc có thể áp dụng được cho sóng vỡ miễn là điều kiện thủy động lực ở mặt trên của lớp biên có thể được cung cấp như số liệu đầu vào, song lưu lượng VCBC tịnh cho các điều kiện sóng vỡ không thể tính toán được với bất kì mức độ tin cậy nào. Theo đó, một mục đích chính của nghiên cứu trong tương lai là mở rộng phạm vi những thí nghiệm vật lý tỉ lệ lớn để bao gồm các điều kiện sóng vỡ và, dựa trên kết quả thực nghiệm, điều chỉnh công thức để xét đến các quá trình sóng vỡ.

Cơ sở dữ liệu SANTOSS gồm lưu lượng VCBC tịnh thực đo cho các điều kiện dòng chảy dao động tỉ lệ lớn và sóng bề mặt, cùng với mã lệnh MATLAB thực thi cho công thức mới "SANTOSS" đều có sẵn khi gửi yêu cầu đến nhóm tác giả.

## Tài liệu

- [1] D.D. Apsley, P.K. Stansby. Bed-load sediment transport on large slopes: model formulation and implementation within a RANS solver. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134 (10) (2008), pp. 1440-1451
- [2] J.A. Bailard. An energetics total load sediment transport model for a plane sloping beach. *Journal of Geophysical Research*, 86 (C11) (1981), pp. 10938-10954
- [3] E.W. Bijker. Longshore transport computations. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 97 (1971), pp. 687-701.
- [4] T. Butt, P. Russell, J. Puleo, J. Miles, G. Masselink. The influence of bore turbulence on sediment transport in the swash and inner surf zones. *Continental Shelf Research*, 24 (2004), pp. 757-771
- [5] B. Camenen, M. Larson. A total load formula for the nearshore. *Proc. Coastal Sediments'07*, ASCE, New Orleans, Louisiana, USA (2007)
- [6] Clubb, G.S., 2001. Experimental study of vortex ripples in full scale sinusoidal and asymmetric flows. PhD thesis, University of Aberdeen, UK.
- [7] T.J. Day. A study of transport of graded sediments. Report no. IT 190, Hydraulics Research Station, Wallingford, UK (1980)
- [8] R. Deigaard, J. Fredsøe, I. Broker-Hedegaard. Suspended sediment in the surf zone. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. American Society of Civil Engineers, 112 (1) (1986), pp. 115-128

- [9] M. Dibajnia, W. Kioka. Long waves and the change in cross-shore sediment transport rates on a sheet flow dominated beach. *Coastal Engineering, Japan*, 42 (1) (2000), pp. 87-110
- [10] M. Dibajnia, A. Watanabe. Sheet flow under non linear waves and currents. *Proceedings 23rd International Conference on Coastal Engineering, ASCE* (1992), pp. 2015-2028
- [11] M. Dibajnia, A. Watanabe. A transport rate formula for mixed sands. *Proceedings 25th International Conference on Coastal Engineering, ASCE* (1996), pp. 3791-3804
- [12] M. Dibajnia, A. Watanabe. Transport rate under irregular sheet flow conditions. *Coastal Engineering*, 35 (1998), pp. 167-183
- [13] M. Dibajnia, T. Moriya, A. Watanabe. A representative wave model for estimation of nearshore local transport rate. *Coastal Engineering, Japan*, 43 (1) (2001), pp. 1-38
- [14] Dohmen-Janssen, C.M., 1999. Grain size influence on sediment transport in oscillatory sheet flow, phase lags and mobile-bed effects, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- [15] C.M. Dohmen-Janssen, D.M. Hanes. Sheet flow dynamics under monochromatic nonbreaking waves. *Journal of Geophysical Research*, 107 (C10) (2002), p. 3149
- [16] C.M. Dohmen-Janssen, D.F. Kroekenstoel, W.N. Hassan, J.S. Ribberink. Phase lags in oscillatory sheet flow: experiments and bed load modelling. *Coastal Engineering*, 46 (2002), pp. 61-87
- [17] J. Fredsøe, R. Deigaard. *Mechanics of coastal sediment transport. Advanced series on Ocean Engineering, vol 3, World Scientific* (1992)
- [18] R. Galappatti, C.B. Vreugdenhil. A depth-integrated model for suspended sediment transport. *Journal of Hydraulic Research*, 23 (4) (1985), pp. 359-377
- [19] D. Gonzalez-Rodriguez, O.S. Madsen. Seabed shear stress and bedload transport due to asymmetric and skewed waves. *Coastal Engineering*, 54 (2007), pp. 914-929
- [20] W.D. Grant, O.S. Madsen. Moveable bed roughness in oscillatory flow. *Journal of Geophysical Research*, 87 (C1) (1982), pp. 469-481
- [21] H.P. Guy, D.B. Simons, E.V. Richardson. Summary of alluvial channel data from flume experiments 1956–1961. US Geological Survey, Prof. Paper 462-I, Washington, DC (1966)
- [22] L. Hamm, I. Katapodi, M. Dohmen-Janssen, J.S. Ribberink, P. Samothrakis, B. Cloin, J.C. Savioli, Y. Chatelus, J. Bosboom, J. Nicholson, R. Hein. Grain size, gradation and density effects on sediment transport processes in oscillatory flow conditions. Data report, Part I, WL|Delft Hydraulics, the Netherlands (1998)
- [23] Hassan, W.N.M., 2003. Transport of size-graded and uniform sediments under oscillatory sheet-flow conditions. PhD thesis, University of Twente, the Netherlands.
- [24] W.N.M. Hassan, J.S. Ribberink. Modelling of sand transport under wave-generated sheet flows with a RANS diffusion model. *Coastal Engineering*, 57 (1) (2010), pp. 19-29
- [25] S.M. Henderson, J.S. Allen, P.A. Newberger. Nearshore sandbar migration predicted by an eddy-diffusive boundary layer model. *Journal of Geophysical Research*, 109 (2004), p. C06024, 10.1029/2003JC002137
- [26] L.E. Holmedal, D. Myrhaug. Wave-induced steady streaming, mass transport and net sediment transport in rough turbulent ocean bottom boundary layers. *Continental Shelf Research*, 29 (2009), pp. 911-926
- [27] C.J. Humbyrd, O.S. Madsen. Predicting movable bed roughness in coastal waters. *Proceedings of International Conference on Coastal Engineering, No. 32(2010), Shanghai, China. Paper :sediment.6* (2011)
- [28] T. Inui, M. Dibajnia, M. Isobe, A. Watanabe. A transport rate formula for mixed-size sands and its application. *Proceedings 42nd Japanese Annual Conference on Coastal Engineering* (1995), pp. 356-360 (in Japanese)
- [29] I. Katapodi, J.S. Ribberink, P. Ruol, R. Koelewijn, C. Lodahl, S. Longo, A. Crosato, H. Wallace. Intra-wave sediment transport in oscillatory flow superimposed on a mean current. Data Report, Part III, WL|Delft Hydraulics, the Netherlands (1994)
- [30] N. Kobayashi, B.D. Johnson. Sand suspension, storage, advection, and settling in surf and swash zones. *Journal of Geophysical Research*, 106 (C5) (2001), pp. 9363-9376
- [31] W.M. Kranenburg, J.S. Ribberink, J.J.L.M. Schretlen, R.E. Uittenbogaard. Sand transport beneath waves: the role of progressive wave streaming and other free surface effects. *Journal of Geophysical Research*, 118 (2013), 10.1029/2012JF002427
- [32] M.S. Longuet-Higgins. Mass transport in water waves. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 245 (1953), pp. 535-581

- [33] M.S. Longuet-Higgins. The mechanics of the boundary-layer near the bottom in a progressive wave. Proceedings 6th International Conference on Coastal Engineering, ASCE (1958), pp. 184-193
- [34] O.S. Madsen, W.D. Grant. Sediment transport in the coastal environment. MIT Ralph M. Parsons Lab., Rep. 209, Cambridge, USA (1976)
- [35] J. Malarkey, A.G. Davies. Free-stream velocity descriptions under waves with skewness and asymmetry. Coastal Engineering, 68 (2012), pp. 78-95
- [36] P. Nielsen. Analytical determination of nearshore wave height variation due to refraction shoaling and friction. Coastal Engineering, 7 (1983), pp. 223-251.
- [37] P. Nielsen. Three simple models of wave sediment transport. Coastal Engineering, 12 (1988), pp. 43-62
- [38] P. Nielsen. Sheet flow sediment transport under waves with acceleration skewness and boundary layer streaming. Coastal Engineering, 53 (2006), pp. 749-758
- [39] F.N. Nnadi, K.C. Wilson. Motion of contact-load particles at high shear stress. Journal of Hydraulic Engineering, 118 (12) (1992), pp. 1670-1684
- [40] T. O'Donoghue, S. Wright. Concentrations in oscillatory sheet flow for well sorted and graded sands. Coastal Engineering, 50 (2004), pp. 117-138
- [41] T. O'Donoghue, J.S. Doucette, J.J. van der Werf, J.S. Ribberink. The dimensions of sand ripple in full-scale oscillatory flows. Coastal Engineering, 53 (2006), pp. 997-1012
- [42] K.A.H. Ramadan. Time-averaged sediment transport phenomena in combined wave-current flow. Report H 1889.11, Part I, WL|Delft Hydraulics, the Netherlands (1994)
- [43] A.J. Raudkivi. The roughness height under waves. Journal of Hydraulic Research, 26 (5) (1988), pp. 569-584
- [44] J.S. Ribberink. Time-averaged sediment transport phenomena in combined wave-current flow. Report H 1889.11, Part II, WL|Delft Hydraulics, the Netherlands (1995)
- [45] J.S. Ribberink. Bed-load transport for steady flows and unsteady oscillatory flows. Coastal Engineering, 34 (1998), pp. 59-82
- [46] J.S. Ribberink, A.A. Al-Salem. Sediment transport in oscillatory boundary layers in cases of rippled beds and sheet flow. Journal of Geophysical Research, 99 (C6) (1994), pp. 12,707-12,727
- [47] J.S. Ribberink, A.A. Al-Salem. Sheet flow and suspension of sand in oscillatory boundary layers. Coastal Engineering, 25 (1995), pp. 205-225
- [48] J.S. Ribberink, Z. Chen. Sediment transport of fine sand under asymmetric oscillatory flow. Data Report H 840.20, Part VII, WL|Delft Hydraulics, the Netherlands (1993)
- [49] J.S. Ribberink, C.M. Dohmen-Janssen, D.M. Hanes, S.R. McLean, C. Vincent. Near-bed sand transport mechanisms under waves. Proceedings 27th International Conference on Coastal Engineering, ASCE (2000), pp. 3263-3276
- [50] J.A. Roelvink, M.J.F. Stive. Bar-generating cross-shore flow mechanisms on a beach. Journal of Geophysical Research, 94 (C4) (1989), pp. 4785-4800
- [51] B.G. Ruessink, T.J.J. van den Berg, L.C. van Rijn. Modeling sediment transport beneath skewed asymmetric waves above a plane bed. Journal of Geophysical Research, 114 (2009), p. C11021, 10.1029/2009JC005416
- [52] B.G. Ruessink, H. Michallet, T. Abreu, F. Sancho, D.A. van der A, J.J. Van der Werf, P.A. Silva. Observations of velocities, sand concentrations, and fluxes under velocity-asymmetric oscillatory flows. Journal of Geophysical Research, 116 (2011), p. C03004, 10.1029/2010JC006443
- [53] B.G. Ruessink, G. Ramaekers, L.C. van Rijn. On the parameterization of the free-stream non-linear wave orbital motion in nearshore morphodynamic models. Coastal Engineering, 65 (2012), pp. 56-63
- [54] Sato, S., 1987. Oscillatory boundary layer flow and sand movement over ripples. PhD thesis, University of Tokyo, Japan.
- [55] J.J.L.M. Schretlen, J.S. Ribberink, T. O'Donoghue. Boundary layer flow and sand transport under full scale surface waves. Proceedings of the International Conference on Coastal Engineering, No. 32(2010), Shanghai, China. Paper : Sediment.4 (2011)
- [56] P.S. Silva, A. Seabra Temperville, F. Santos. Sand transport under combined current and wave conditions: a semi-unsteady, practical model. Coastal Engineering, 53 (2006), pp. 897-913
- [57] P.S. Silva, T. Abreu, D.A. van der A, F. Sancho, B.G. Ruessink, J.J. van der Werf, J.S. Ribberink. Sediment transport in nonlinear skewed oscillatory flows: Transkew experiments. Journal of Hydraulic Research, 49 (S1) (2011), pp. 72-80



- [58] J.F.A. Sleath. Turbulent oscillatory flow over rough beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 182 (1987), pp. 369-409
- [59] R.L. Soulsby. *Dynamics of Marine Sands*. Thomas Telford Publications, London (1997)
- [60] R.L. Soulsby, J.S. Damgaard. Bedload sediment transport in coastal water. *Coastal Engineering*, 52 (2005), pp. 673-689
- [61] R.L. Soulsby, R.J.S. Whitehouse, K.V. Marten. Prediction of time-evolving sand ripples in shelf seas. *Continental Shelf Research*, 38 (2012), pp. 47-62
- [62] Suntoyo, H. Tanaka, A. Sana. Characteristics of turbulent boundary layers over a rough bed under saw-tooth waves and its application to sediment transport. *Coastal Engineering*, 55 (2008), pp. 1102-1112
- [63] D.H. Swart. *Offshore sediment transport and equilibrium beach profiles*. Delft Hydr. Lab. Publ., No.131, Delft Hydraulics, The Netherlands (1974)
- [64] D.H. Swart. Predictive equations regarding coastal transports. *Proceedings 15th Conference on Coastal Engineering*, ASCE (1976), pp. 1113-1132
- [65] J.H. Van den Berg. Aspects of sediment and morphodynamics of subtidal deposits of the Oosterschelde (the Netherlands). *Rijkswaterstaat, Communications no. 43* (1986)
- [66] P. Nielsen. Analytical determination of nearshore wave height variation due to refraction shoaling and friction. *Coastal Engineering*, 7 (1983), pp. 223-251.
- [67] D.A. Van der A, T. O'Donoghue, J.S. Ribberink. Sheet flow sand transport processes in oscillatory flow with acceleration skewness, paper 133. *Proceedings Coastal Dynamics'09*, World Scientific (2009)
- [68] D.A. Van der A, T. O'Donoghue, J.S. Ribberink. Measurements of sheet flow transport in acceleration-skewed oscillatory flow and comparison with practical formulations. *Coastal Engineering*, 57 (2010), pp. 331-342
- [69] D.A. Van der A, T. O'Donoghue, A.G. Davies, J.S. Ribberink. Experimental study of the turbulent boundary layer in acceleration-skewed oscillatory flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 684 (2011), pp. 251-283
- [70] J.J. Van der Werf, J.S. Ribberink, T. O'Donoghue, J.S. Doucette. Modelling and measurement of sand transport processes over full-scale ripples in oscillatory flows *Coastal Engineering*, 53 (2006), pp. 657-673
- [71] J.J. Van der Werf, J.S. Doucette, T. O'Donoghue, J.S. Ribberink. Detailed measurements of velocities and suspended sand concentrations over full-scale ripples in regular oscillatory flow. *Journal of Geophysical Research*, 112 (2007), p. F02012
- [72] J.J. Van der Werf, J.J.L.M. Schretlen, J.S. Ribberink, T. O'Donoghue. Database of full-scale laboratory experiments on wave-driven sand transport processes. *Coastal Engineering*, 56 (2009), pp. 726-732
- [73] J.J. Van der Werf, H. Nomden, J.S. Ribberink, D.J.R. Walstra, W.M. Kranenburg. Application of a new sand transport formula within the cross-shore morphodynamic model UNIBEST-TC. *Coastal Engineering Proceedings*, 1 (33) (2012) (sediment.5)
- [74] L.C. Van Rijn. *Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas*. Aqua Publications, Amsterdam, The Netherlands (1993)
- [75] L.C. Van Rijn. Unified view of sediment transport by currents and waves. I: initiation of motion, bed roughness, and bed load transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (6) (2007), pp. 649-667
- [76] L.C. Van Rijn. Unified view of sediment transport by currents and waves. II: suspended transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (6) (2007), pp. 668-689
- [77] L.C. Van Rijn. Unified view of sediment transport by currents and waves. III: graded beds. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (7) (2007), pp. 761-775
- [78] L.C. Van Rijn, D.J.R. Walstra, B. Grasmeijer, J. Sutherland, S. Pan, J.P. Sierra. The predictability of cross-shore bed evolution of sandy beaches at the time scale of storms and season using process-based Profile models. *Coastal Engineering*, 47 (2003), pp. 295-327
- [79] C.E. Vincent, D.M. Hanes. The accumulation and decay of nearbed suspended sand concentration due to waves and wave groups. *Continental Shelf Research*, 22 (2002), pp. 1987-2000
- [80] Y.-H. Wang. Formula for predicting bedload transport rate in oscillatory sheet flows. *Coastal Engineering*, 54 (2007), pp. 594-601
- [81] A. Watanabe, S. Sato. A sheet-flow transport rate formula for asymmetric forward-leaning waves and currents. *Proceedings 29th International Conference on Coastal Engineering*, World Scientific (2004), pp. 1703-1714
- [82] S. Wright, T. O'Donoghue. Total sediment transport rate predictions in wave current sheet flow with graded sand. *Oscillatory Flow Tunnel Experiments at Aberdeen University*, Experimental Report EPSRC LUBA Project, University of Aberdeen, UK (2002)
- [83] J.A. Zyserman, J. Fredsøe. Data analysis of bed concentration of suspended sediment *Journal of Hydraulic Engineering*, 120 (1994), pp. 1021-1042